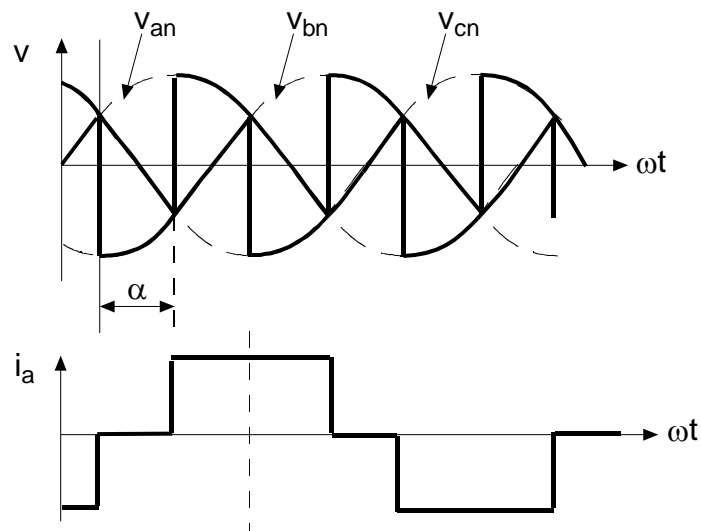
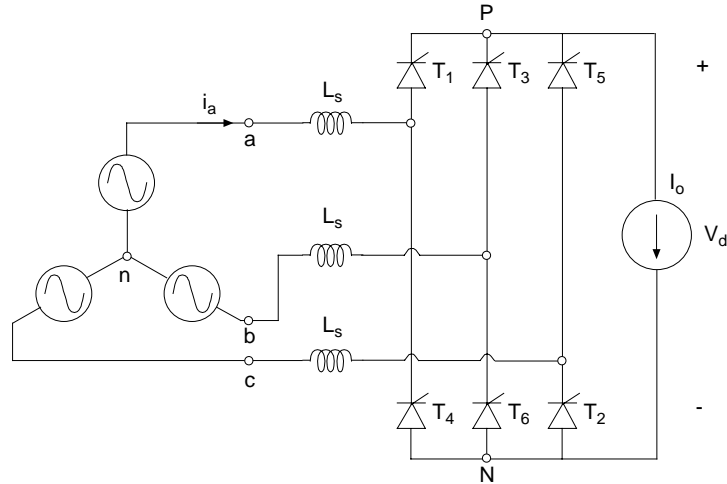




1.- Determinar la potencia de salida del convertidor de la figura cuando el ángulo de disparo es 60° . Obtener el valor eficaz y la distorsión de la intensidad de línea. Datos: $L_s=0$, $V_{LL}=380V$, $I_o=10 A$

Calcular la tensión de salida y el ángulo de solape μ en el convertidor anterior si $L_s=1mH$.



$$\bar{V}_o = 2 \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha \quad ; \quad \bar{V}_o = 256,6V$$

$$P_o = 2565,9W$$



$$I_{a,ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_o^2 d\omega t} \quad ; \quad I_{a,ef} = I_o \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\hat{I}_{a,1} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} I_o \cos(\omega t) d\omega t \quad ; \quad \hat{I}_{a,1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o \quad ; \quad I_{a,1ef} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_o$$

$$k_d = \frac{I_{a,1ef}}{I_{a,ef}} \quad ; \quad k_d = \frac{3}{\pi} \quad ; \quad THD = \sqrt{\frac{I_{a,ef}^2 - I_{a,1ef}^2}{I_{a,1ef}^2}} \quad ; \quad THD = 31,1\%$$

$$A_\mu = \int_\alpha^{\alpha+\mu} v_{L_s} d\omega t = \omega L_s I_o \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3}{\pi} \omega L_s I_o$$

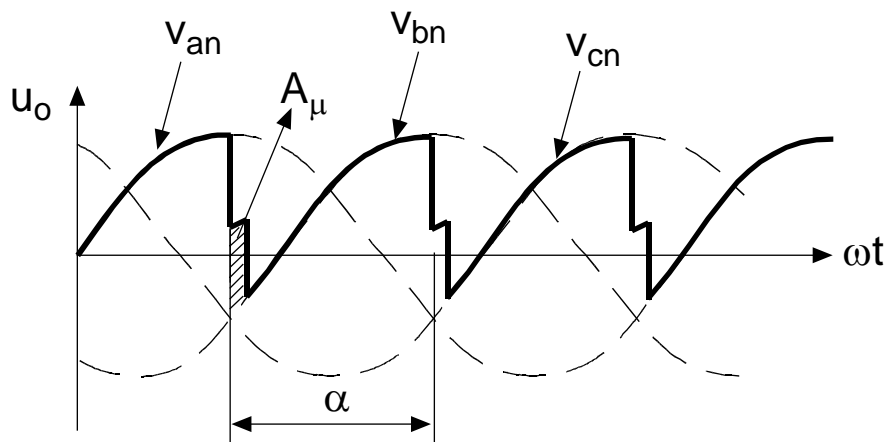
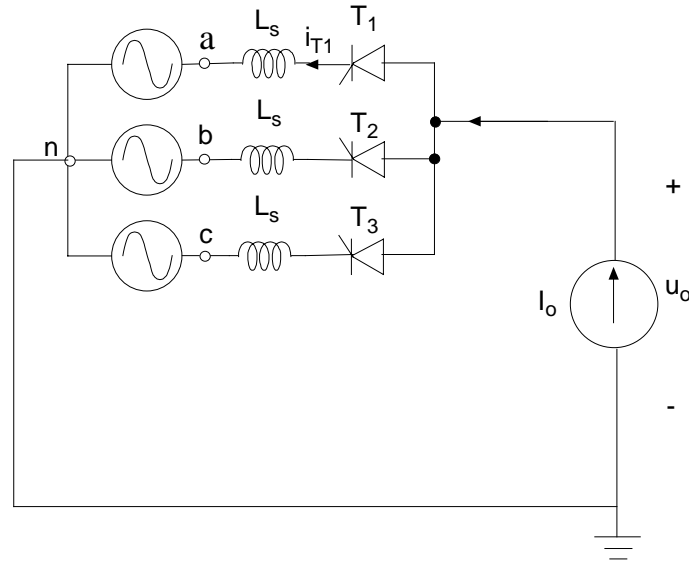
$$\bar{V}_o = 253,6V$$

$$\int_\alpha^{\alpha+\mu} \hat{V}_{LL} \sin(\omega t) d\omega t = \int_0^{I_o} 2\omega L_s di \quad ; \quad \cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_s I_o}{\hat{V}_{LL}}$$

$$\mu = 0,77^\circ$$



2.- Determinar la potencia de salida del convertidor de la figura cuando el ángulo de disparo es 120° . Dibujar la tensión de salida. Nota. Téngase en cuenta el ángulo de solape. Datos: $I_o = 10$ A, $V_{LL} = 380$ V. Corriente de cortocircuito $I_{sc} = 500$ A



$$\bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \left[\int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{2\pi}{3}} -\hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t + A_\mu \right] \quad ; \quad A_\mu = \int_{\alpha}^{\alpha + \mu} v_{L_s} d\omega t \quad ;$$

$$A_\mu = \int_0^I \omega L_s di$$

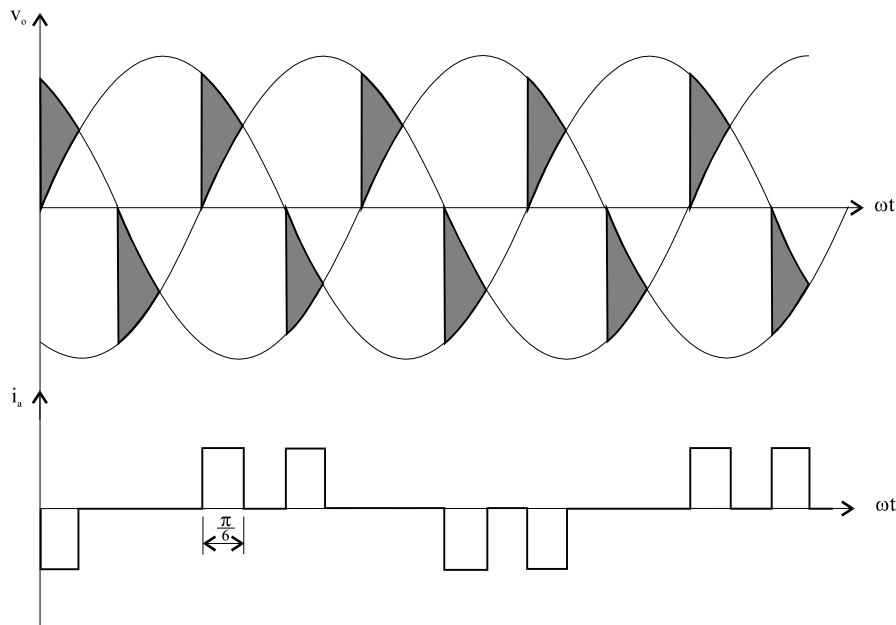
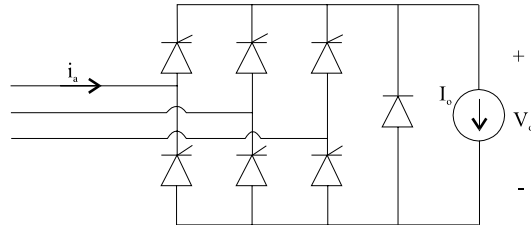


$$A_{\mu} = \omega L_s I \quad ; \quad I_{sc} = \frac{V_{LL}}{2\omega L_s} \quad ; \quad L_s = 1,2mH$$

$$\bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \left[-\hat{V}_{LL} \cos \alpha + \omega L_s I \right] ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \left[\frac{\hat{V}_{LL}}{2} + \omega L_s I \right] = 130,1V$$
$$; P_o = -1301,1W$$



3.- A una fuente trifásica $V_{LL}=440V$ se conecta un convertidor ac/dc trifásico en puente totalmente controlado con diodo de libre circulación que alimenta a una carga por la que circula una corriente $I_d=100A$, el ángulo de disparo de los tiristores es $\alpha_1=90^\circ$. Obtener el ángulo α_2 de regulación que permite entregar la misma potencia a la carga sin el diodo de libre circulación. Calcular el factor de potencia en los dos casos.



$$\bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \left[\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t - \int_0^{\frac{\pi}{6}} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t \right] ; \quad \bar{V}_o = \frac{3\hat{V}_f}{\pi} \frac{2\sqrt{3}-3}{2} = 79,6V$$

$$P_o=7961W \quad ; \quad I_a = \sqrt{\frac{4}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} I_d^2 d\omega t} \quad ; \quad I_a = \frac{I_d}{\sqrt{3}} A$$

$$S = 3V_f I_a = 44kVA \quad ; \quad PF = \frac{P_o}{S} = 0,1809$$



Sin diodo:

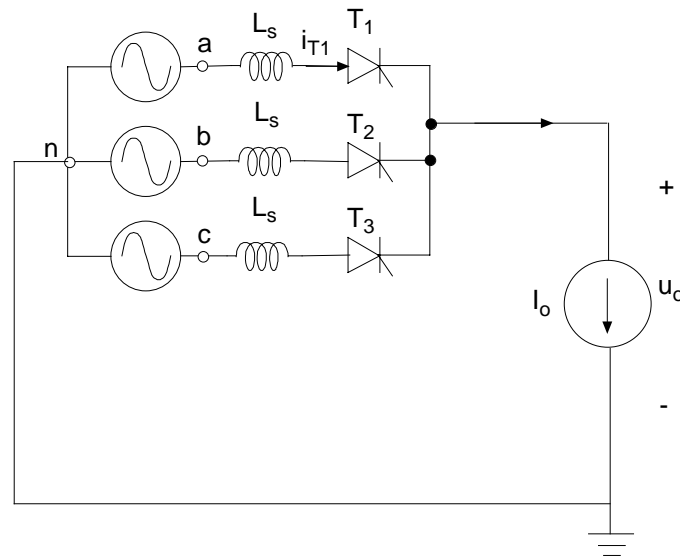
$$\bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} \hat{V}_f \operatorname{sen}(\omega t) d\omega t \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3\sqrt{3}\hat{V}_f}{\pi} \cos \alpha$$

$$\frac{3\sqrt{3}\hat{V}_f}{\pi} \cos \alpha = \frac{3\hat{V}_f}{\pi} \frac{2\sqrt{3}-3}{2} \quad ; \quad \alpha=82,3^\circ$$

$$I_a = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_d^2 d\omega t} \quad ; \quad I_a = I_d \sqrt{\frac{2}{3}} A \quad ; \quad S=62225,4W \quad ; \quad PF=0,1279$$



4.- Determinar el ángulo de conmutación máximo en un rectificador trifásico de media onda totalmente controlado. Datos: $I_o=10\text{ A}$, $V_{LL}=380\text{V}$, 50 Hz . Inductancia de línea $L_s = 1,5\text{ mH}$



$$\alpha + \mu \leq 180^\circ ; \quad \cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{I_o}{\hat{I}_{sc}}$$

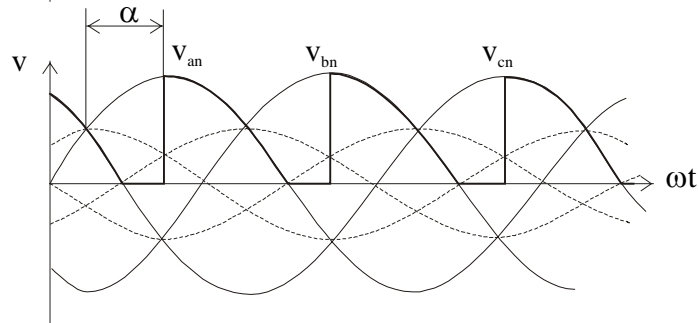
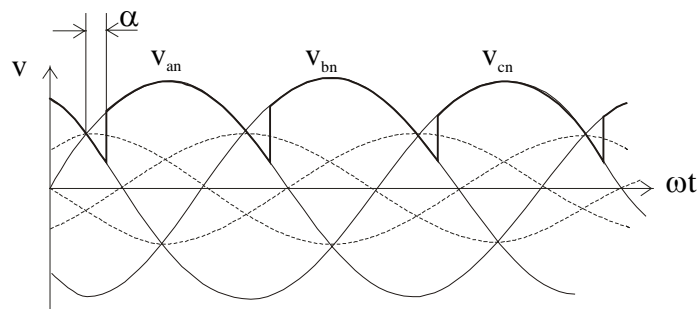
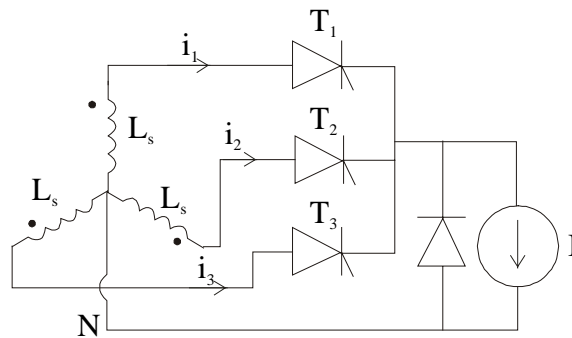
$$\text{siendo } \hat{I}_{sc} = \frac{\hat{V}_{LL}}{2\omega L_s} = 570,2\text{A} ; \quad \alpha \leq 169^\circ$$



5.- Convertidor trifásico de media onda controlado con un diodo en antiparalelo con la carga. Tensión de alimentación $V_{LL}=380$, 50 Hz. Intensidad de salida $I_o = 10$ A (constante).

Obtener: la relación entre la tensión de salida media V_o y el ángulo de control α . Calcular: α para $V_o=0,5V_{omax}$.

En el caso de considerar la influencia de la inductancia de línea L_s , establecer los circuitos equivalentes que se pueden producir durante los tiempos de solape.



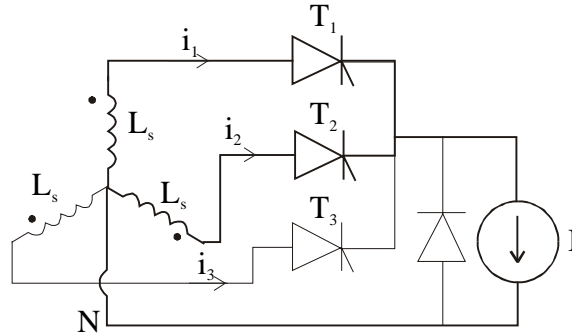
$$\bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} + \alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d(\omega t) ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha \quad ; \text{ si } \alpha \leq \frac{\pi}{6}$$

$$\bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d(\omega t) ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{2\pi} \hat{V}_f \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \right] ; \text{ si } \alpha \geq \frac{\pi}{6}$$

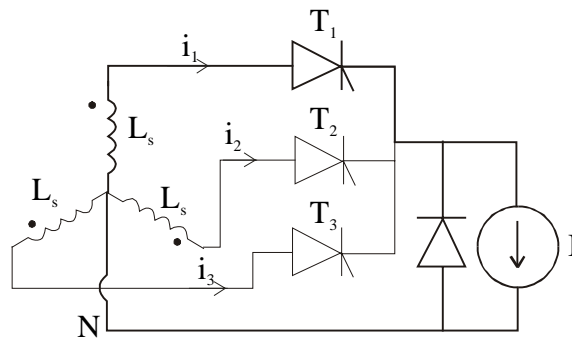


$$\frac{\bar{V}_{omax}}{2} = \frac{3}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{V}_f = \frac{3}{2\pi} \hat{V}_f \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \right] \quad ; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) ;$$

$$\alpha = 67,7^\circ$$



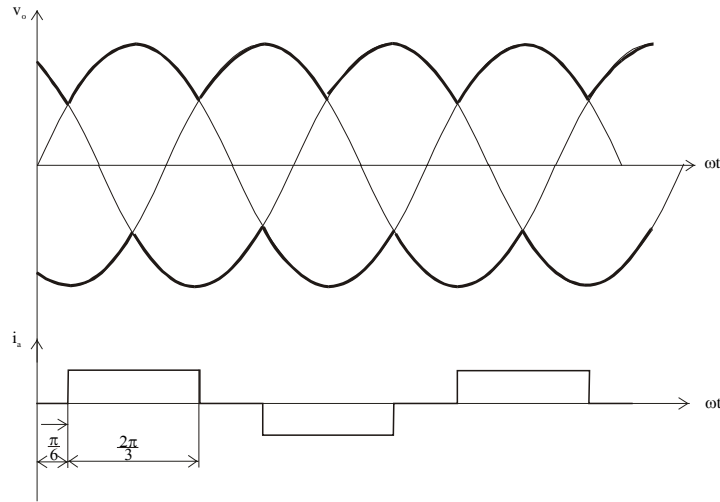
$$\alpha \leq \frac{\pi}{6}$$



$$\alpha \geq \frac{\pi}{6}$$



6.- Rectificador trifásico en puente no controlado. La tensión de entrada es un sistema trifásico equilibrado. La intensidad de salida se considera constante I_o . Obténgase la tensión media a la salida V_o , la intensidad eficaz de línea I_{LL} y el factor de potencia PF



$$\bar{V}_o = 2 \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3\hat{V}_f}{\pi} \sqrt{3} \quad ;$$

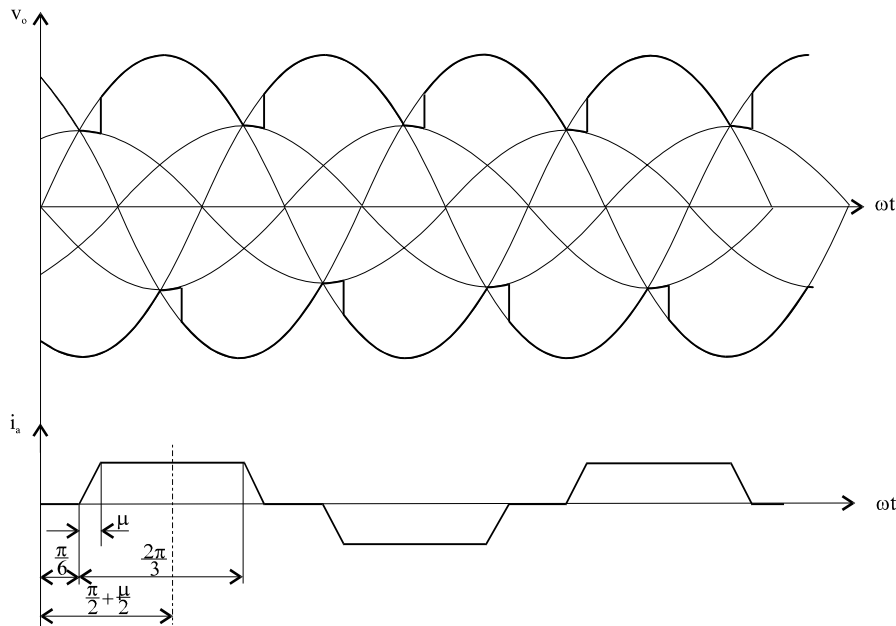
$$I_{LL} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi/3} I_o^2 d\omega t} \quad ; \quad I_{LL} = I_o \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$PF = \frac{\bar{V}_o I_o}{3V_{ef,f} I_{LL}} \quad ; \quad PF = \frac{\frac{3\hat{V}_f}{\pi} \sqrt{3} I_o}{3 \frac{\hat{V}_f}{\sqrt{2}} I_o \sqrt{\frac{2}{3}}} \quad ; \quad PF = \frac{3}{\pi}$$



7.- Calcular el factor de potencia y la distorsión armónica de intensidad que se obtiene con un puente de diodos trifásico en puente conectado a un transformador en estrella con una inductancia de línea $L_s=1,2\text{mH}$ suponiendo que la intensidad por la carga es constante y la variación de intensidad por los semiconductores durante la conmutación lineal.

Datos: Tensión de alimentación $V_{LL} = 220 \text{ V}$, potencia de salida $P_o = 1\text{kW}$



Se observa que la diferencia angular entre el eje de simetría par de la tensión v_{an} y el eje de simetría par de la intensidad i_a es $\mu/2$ de retraso de la intensidad respecto a la tensión.

$$\varphi = \frac{\mu}{2}; \quad k_\varphi = \cos\left(\frac{\mu}{2}\right)$$

$$\text{Durante el solape, } v_{LL} = 2\omega L \frac{di}{d\omega t} \quad ; \quad \frac{1}{2\omega L} \int_0^\mu \hat{V}_{LL} \sin(\omega t) d\omega t = \int_0^{I_o} di$$

$$\frac{2\omega L I_o}{\hat{V}_{LL}} = 1 - \cos \mu \quad ; \quad \mu = 0,128 \text{ rad} = 7,34^\circ$$



$$\Delta_{\mu} = \int_0^{\mu} v_L d\omega t = \int_0^{I_o} \omega L di = \omega L I_o \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \hat{V}_{an} \sin(\omega t) d\omega t - \frac{3\Delta_{\mu}}{\pi}$$

$$\bar{V}_o = \frac{3}{\pi} (\hat{V}_{LL} - \omega L I_o) = 295,9V$$

$$P_o = \bar{V}_o I_o = \frac{3}{\pi} (\hat{V}_{LL} I_o - \omega L I_o^2) = 1kW \quad ; \quad I_o = 3,38A$$

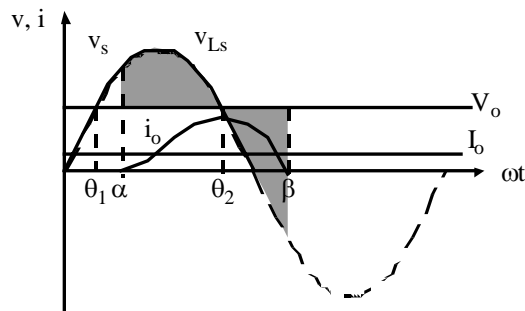
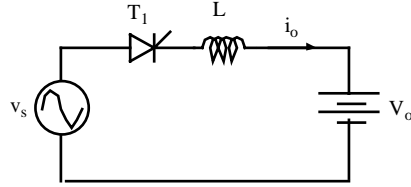
$$I_{aef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[2 \int_0^{\mu} \left(\frac{I_o}{\mu} \right)^2 (\omega t)^2 d\omega t + \int_0^{\frac{2\pi-\mu}{3}} I_o^2 d\omega t \right]} \quad ; \quad I_{aef} = 2,73A$$

$$PF = \frac{P_o}{3V_{aef} I_{aef}} = 0,961 \quad ; \quad PF = k_{\phi} k_d \quad ; \quad k_d = 0,963 = \frac{I_{1aef}}{I_{aef}}$$

$$THD = \sqrt{\frac{I_{aef}^2 - I_{1aef}^2}{I_{1aef}^2}} = \sqrt{\frac{1}{k_d^2} - 1} = 28\%$$



8.- El circuito de la figura permite regular la intensidad de carga de la batería. Realizar el cálculo de la intensidad media de salida I_o en función del ángulo de regulación α .



Para que exista regulación, $\theta_1 < \alpha < \theta_2$; $\theta_2 = \pi - \theta_1$

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad ; \quad i(\alpha) = 0 \quad ; \quad i(\omega t) = \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} [\hat{V}_s \sin(\omega t) - V_o] d\omega t$$

$$i(\omega t) = \frac{\hat{V}_s [\cos \alpha - \cos(\omega t)] + V_o(\alpha - \omega t)}{\omega L}$$

Para obtener β , $i(\omega t) = 0$

$$\hat{V} \cos \alpha + V_o \alpha = \hat{V} \cos \beta + V_o \beta \quad ; \quad \alpha \neq \beta$$

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i(\omega t) d\omega t \quad ; \quad I_o = \frac{1}{2\pi \omega L} \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ \hat{V}_s [\cos \alpha - \cos(\omega t)] + V_o(\alpha - \omega t) \right\} d\omega t$$

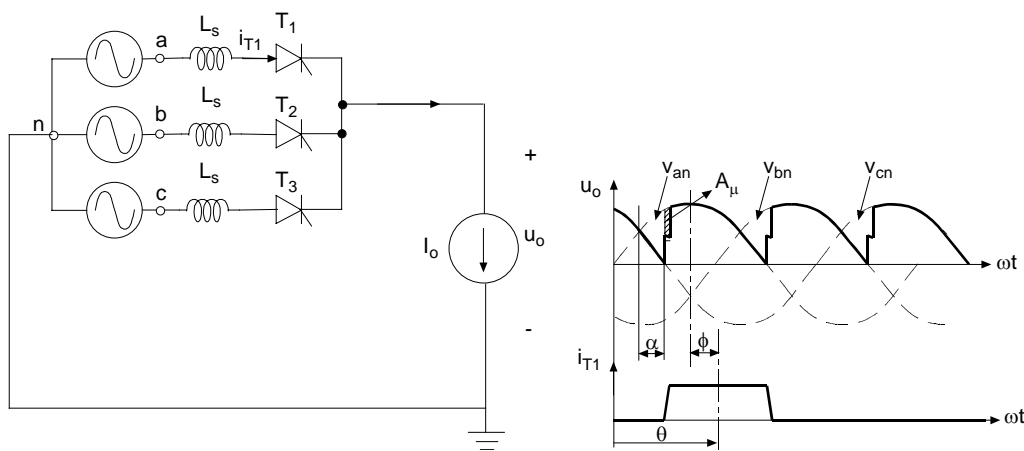
$$I_o = \frac{1}{2\pi \omega L} \left\{ \hat{V}_s [(\beta - \alpha) \cos \alpha - (\sin \beta - \sin \alpha)] + V_o \left[\alpha(\beta - \alpha) - \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2} \right] \right\}$$



9.- Convertidor trifásico de media onda controlado. Tensión de alimentación $V_{LL}=380$, 50 Hz, inductancia de línea $L_s = 1$ mH. Intensidad de salida $I_o = 10$ A (constante).

Obtener una expresión que relacione el ángulo de control α con el de solape μ , teniendo en cuenta la tensión de entrada V_{LL} , intensidad de salida I_o y la inductancia de línea L_s .

Obtener la relación entre la tensión de salida media V_o y el ángulo de control α teniendo en cuenta la inductancia de línea L_s . Calcular el factor de potencia para $V_o=0,5V_{o\max}$, considerando la variación de intensidad de línea, durante el tiempo de solape, lineal. Si el tiempo de protección para los SCRs es $t_q=40$ μ s, calcular α_{\max}



Sin tener en cuenta el solape

$$V_o = \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} + \alpha} \hat{V}_{fase} \sin(\omega t) d\omega t = \frac{3}{2\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha$$

Durante el solape

$$v_{LL} = 2L_s \frac{di}{dt} \quad ; \quad A_\mu = \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \frac{v_{LL}}{2} d\omega t = \omega L_s \int_0^{I_o} di = \omega L_s I_o$$

$$\text{Por tanto } V_o = \frac{3}{2\pi} (\hat{V}_{LL} \cos \alpha - \omega L_s I_o) \quad ; \quad V_{o\max} = \frac{3}{2\pi} (\hat{V}_{LL} - \omega L_s I_o) = 255,1V$$

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\mu} v_{LL} d\omega t = 2\omega L_s I_o \quad ; \quad \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \hat{V}_{LL} \sin(\omega t) d\omega t = 2\omega L_s I_o \quad ; \quad \cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{I_o}{\frac{\hat{V}_{LL}}{2\omega L_s}}$$

$$\text{Para } V_o = \frac{V_{o\max}}{2} = 127,5V, \quad \alpha=59,8^\circ \text{ y } \mu=0,78^\circ$$

En estas condiciones $P_o=127,5V \cdot 10A = 1275W$

$$S = 3V_{ef, fase} I_{ef} \quad ; \quad I_{ef} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 2 \int_0^{\mu} \left[\frac{I_o}{\mu}(\omega t) \right]^2 d\omega t + \int_{\mu}^{\frac{2\pi}{3}} I_o^2 d\omega t \right\} \quad ; \quad I_{ef} = I_o \sqrt{\frac{2\pi - \mu}{6\pi}} = 5,77A$$

$$S=3797,7VA \quad ; \quad P.F. = \frac{P_o}{S} = 0,336$$

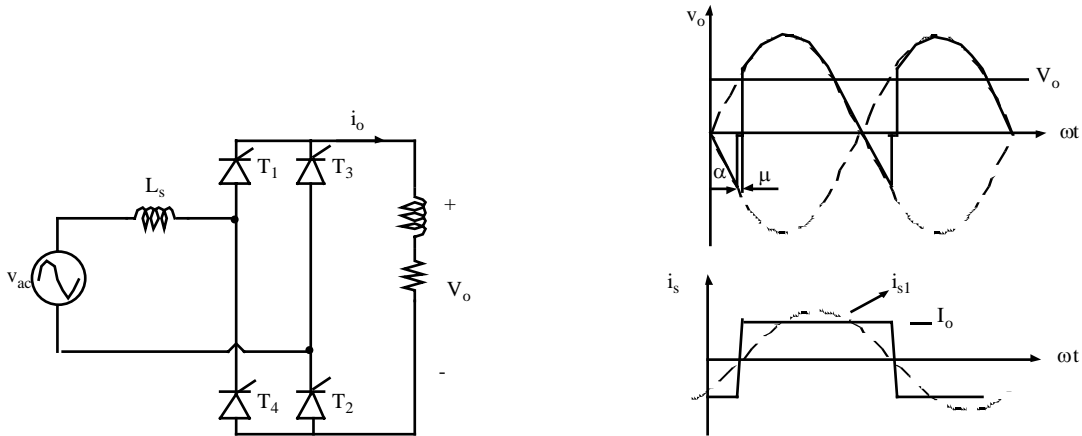
Curso 00/01. Tecnología Electrónica Ingeniería de Sistemas y Automática, TEISA E.T.S. Ingenieros Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria



$$\alpha_{\max} + \mu + \gamma = 180^\circ \quad ; \quad \gamma = \omega t_q = 0,72^\circ \quad ; \quad \alpha_{\max} + \mu + \gamma = 180^\circ$$
$$\alpha_{\max} = 171,2^\circ$$



10.- Rectificador monofásico en puente totalmente controlado alimenta a una carga $L_o = 0,5H$, $R_o = 2,5\Omega$. Inductancia de línea $L_s = 1mH$. Tensión de alimentación $v_{ac}=2000\text{sen}(2\pi 50t)$ se desea que la intensidad por la carga $I_d=400$ A, calcular el valor de el ángulo de regulación y el factor de potencia.



$$V_o = \frac{\hat{V}}{\pi} \int_{\alpha+\mu}^{\pi+\alpha} \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\hat{V}}{\pi} [\cos(\alpha + \mu) + \cos(\alpha)] = 1000V$$

Durante el tiempo de solape, $v_{ac} = L_s \frac{di}{dt}$; $\int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \hat{V} \sin(\omega t) d\omega t = \int_{-I_d}^{I_d} \omega L di$;

$$\hat{V} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] = 2\omega L I_d \quad ; \quad V_o = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha - \frac{2\omega L I_d}{\pi}$$

Substituyendo, $\alpha=32^\circ$, $\mu=11,8^\circ$

Factor de potencia:

Utilizando μ en radianes

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\mu}{2}} \left(\frac{I_d}{2} \omega t \right)^2 d\omega t + \int_{\frac{\mu}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I_d^2 d\omega t \right]} ; \quad I_{ef} = \sqrt{\frac{2}{\pi} I_d^2 \left[\frac{\mu}{6} + \frac{\pi - \mu}{2} \right]} = 391,2A$$

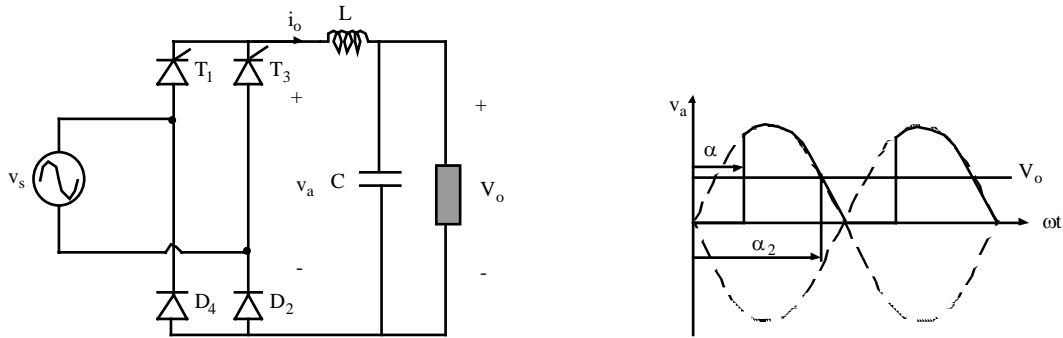
$$S = V_{ac} I_{ef} = 553,1 \text{ kVA}$$

$$P = I_d^2 R_o = 400 \text{ kW}$$

$$P.F. = 0,72$$



11.- Un convertidor ac/dc monofásico en puente semicontrolado, alimenta a una carga a través de un filtro LC. La tensión de salida en el condensador se considera constante V_o , la intensidad por la inductancia tiene un valor medio I_d , siendo $i_d > 0$ en todo el período. Para un ángulo de control $\alpha=60^\circ$, a) calcular el rizado de intensidad en la inductancia, b) dibujar la tensión y la intensidad que soportan los semiconductores del convertidor.

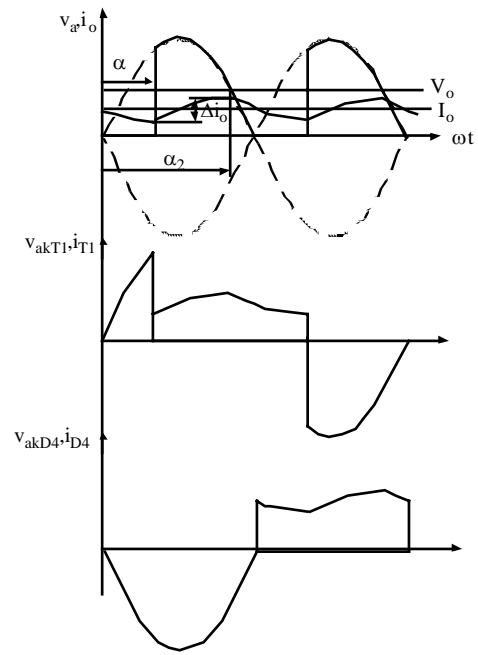


$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \hat{V} \sin(\omega t) d\omega t = \frac{\hat{V}}{\pi} (1 + \cos \alpha)$$

para obtener α_2 , $\frac{\hat{V}}{\pi} (1 + \cos \alpha) = \hat{V} \sin \alpha_2$ obteniéndose $\alpha_2 = 151,5^\circ$

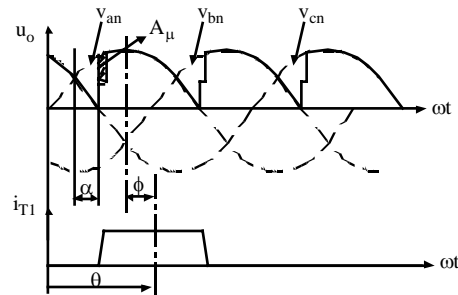
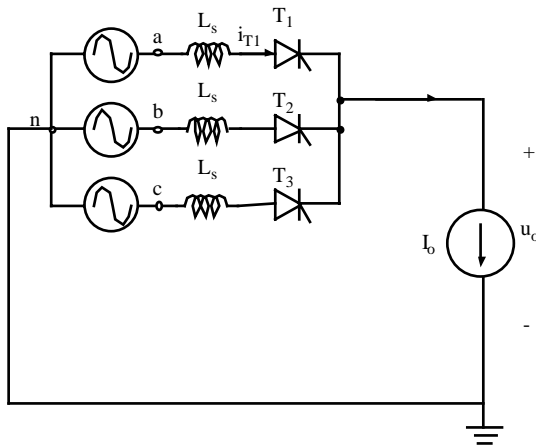
$$v_L = L \frac{di_o}{dt}; \quad \Delta i_o = \frac{1}{\omega L} \int_{\alpha}^{\alpha_2} [\hat{V} \sin(\omega t) - V_o] d\omega t;$$

$$\Delta i_o = \frac{1}{\omega L} [\hat{V}(\cos \alpha - \cos \alpha_2) - V_o(\alpha_2 - \alpha)] ; \quad \Delta i_o = 0,617 \frac{\hat{V}}{\omega L} A$$





12.- Convertidor ac/dc en trifásico de media onda totalmente controlado, la intensidad por la carga es continua y esta conectado a una fuente de 220 V, 50Hz con una inductancia de línea de 1,2 mH. La potencia transmitida a la carga es $P_o = 3$ kW con un ángulo de control $\alpha=30^\circ$. Determinar el factor de potencia y la distorsión armónica asumiendo una forma de onda de intensidad de línea trapezoidal.



$$P.F. = \frac{V_o I_o}{3V_{eff} I_{efa}} = \frac{P_o}{\sqrt{3}V_{efLL} I_{efa}} ;$$

$$V_o = \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{5\pi}{6}+\alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t - \frac{3}{2\pi} A_\mu$$

$$v_{Ls} = L_s \frac{di}{dt}; \quad \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} v_{Ls} d\omega t = A_\mu = \int_0^{I_o} \omega L_s di = \omega L_s I_o ; \quad V_o = \frac{3}{2\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3}{2\pi} \omega L_s I_o$$

$$I_{efa} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[2 \int_0^\mu \left(\frac{I_o}{\mu} \right)^2 (\omega t)^2 d\omega t + \int_\mu^{2\pi-\mu} I_o^2 d\omega t \right]} ; \quad I_{efa} = I_o \sqrt{\frac{2\pi-\mu}{6\pi}}$$

Durante el tiempo de solape

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \hat{V}_{LL} \sin(\omega t) d\omega t = 2\omega L_s I_o = \hat{V} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] ; \quad \cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_s I_o}{\hat{V}_{LL}}$$

$$P_o = I_o \frac{3}{2\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3}{2\pi} \omega L_s I_o^2 ; \quad I_o^2 - I_o \frac{\hat{V}_{LL} \cos \alpha}{\omega L_s} + \frac{2\pi P_o}{3\omega L_s} = 0$$

Curso 00/01. Tecnología Electrónica Ingeniería de Sistemas y Automática, TEISA
E.T.S. Ingenieros Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria



$$I_o=24,1A \quad ; \quad V_o=124,3V \quad ; \quad \mu=6,14^\circ ; \quad I_{efa}=13,81A$$

P.F.=0,57 siendo P.F.= $\cos\phi k_d$

Observando la simetría par de la intensidad el eje está situado en:

$$\theta = \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha + \mu + \frac{5\pi}{6} + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\mu}{2}$$

El eje de simetría par de tensión está situado en $\frac{\pi}{2}$, la diferencia entre los dos ejes es

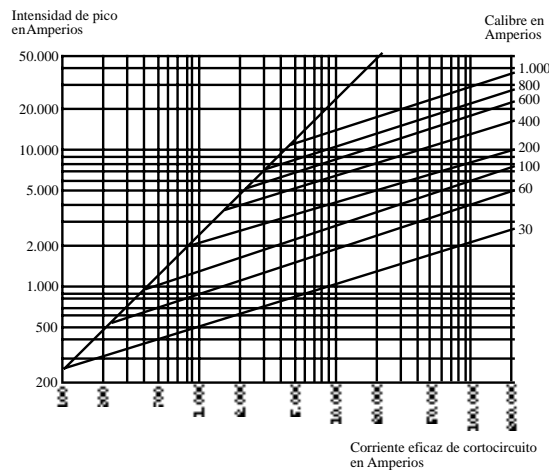
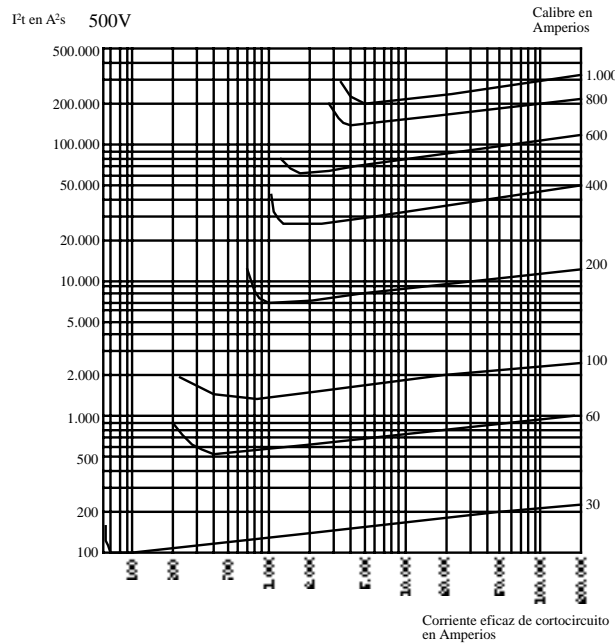
$$\phi = \alpha + \frac{\mu}{2}$$

conocido $\cos\phi=0,84$ se obtiene $k_d=0,68$

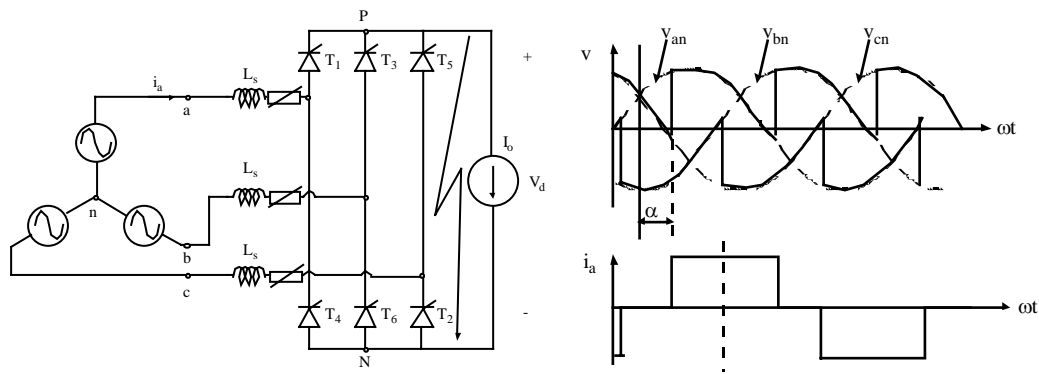
$$THD\% = 100 \sqrt{\frac{I_{aef}^2 - I_{a1}^2}{I_{a1}^2}} = \sqrt{\frac{1}{k_d^2} - 1} = 107,8\%$$



13.- Se desea proteger un rectificador trifásico en puente totalmente controlado. La tensión de alimentación es 380 V, 50 Hz. Se utilizan fusibles de 500 V. La intensidad por la carga se considera constante de valor nominal $I_o = 90$ A. En cada línea de alimentación se dispone una inductancia L_s de forma que la impedancia de línea es del 5%. Utilizando la gráfica, calcular la intensidad máxima y el tiempo de interrupción de la corriente en caso de producirse un cortocircuito en la carga. Nota: Calcular L_s sin considerar los tiempos de solape en la función intensidad.



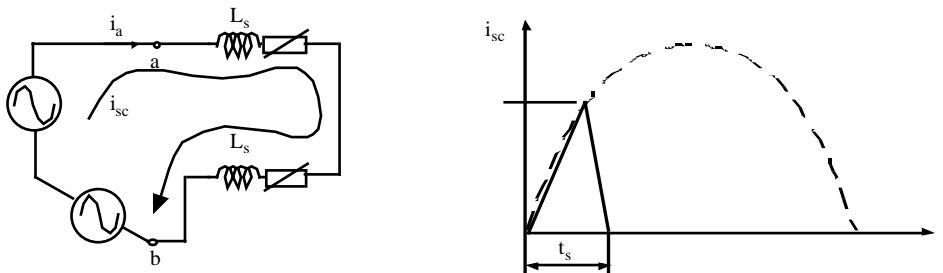
Calcular el factor de potencia en el caso de que el ángulo de regulación sea máximo. Nota: Considerar un tiempo de protección de $t_p = 40\mu s$ y variación de la intensidad de línea durante el tiempo de solape lineal.



$$I_a = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_o^2 d\omega t} = I_o \sqrt{\frac{2}{3}} = 73,5A, \text{ tomamos el fusible de } 100 A$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} I_o \cos(\omega t) d\omega t \quad ; \quad I_{a1} = \frac{\hat{I}_{a1}}{\sqrt{2}} = 70,2A$$

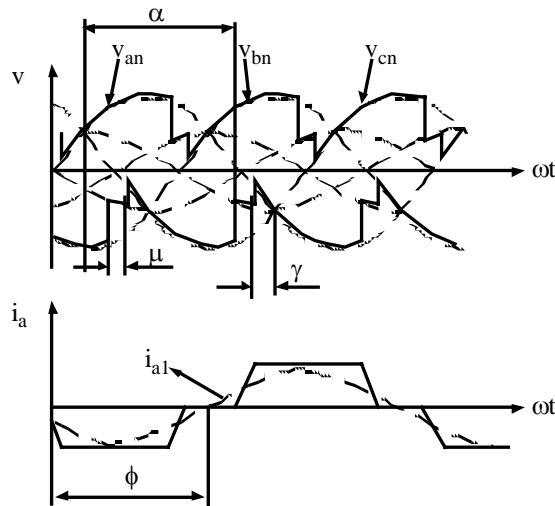
Equivalente de cortocircuito



$$\omega L_s = 0,05 \frac{V_{LL}}{\sqrt{3} I_{a1}} \quad ; \quad L_s = 0,5 \text{ mH}; \quad I_{sc} = \frac{V_{LL}}{2\omega L_s} = 1216A$$

De las gráficas se obtiene aproximadamente: $I^2t = 1383 A^2s$, $\hat{I} = 1379 A$

$$I^2t = \int_0^{t_s} i_{sc}^2 dt = \frac{\hat{I}^2 t_s}{3} \quad ; \quad t_s = 2,18 \text{ ms}$$



Observando la figura se puede determinar que $\phi = \alpha + \frac{\mu}{2}$ si la variación de intensidad durante el solape se considera lineal.

El tiempo de protección $t_p = 40 \mu s$ equivale a un ángulo $\gamma = \omega t_p = 0,72^\circ$
 $(\alpha + \mu)_{\max} = 180^\circ$ por lo que $(\alpha + \mu)_{\max} = 179,28^\circ$.

$$P.F. = \frac{V_o I_o}{\sqrt{3} V_{LL} I_a} \quad ; \quad V_o = \frac{3}{\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3 \omega L_s}{\pi} I_o \quad ;$$

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{I_o}{\hat{I}_{sc}}$$

Del ejercicio anterior se conoce $I_o = 90 \text{ A}$, $I_{sc} = 1216 \text{ A}$ y $L_s = 0,5 \text{ mH}$. $\hat{I}_{sc} = 1720 \text{ A}$

Operando $\cos \alpha = -0,9476$, $\alpha = 161,37^\circ$, $\mu = 17,9^\circ$.

$$V_o = -499,8 \text{ V}$$

Valor eficaz de la intensidad de línea I_a :

$$I_a^2 = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\frac{2\pi}{3} - \mu} I_o^2 \cdot d\omega t + 2 \int_0^{\mu} \left(\frac{I_o}{\mu} \right)^2 (\omega t)^2 \cdot d\omega t \right] ; \quad I_a^2 = \frac{1}{\pi} \left[I_o^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) + \frac{2}{3} I_o^2 \mu \right]$$

$$I_a = I_o \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{\mu}{3\pi}} \quad ; \quad I_a = 71,6 \text{ A}$$

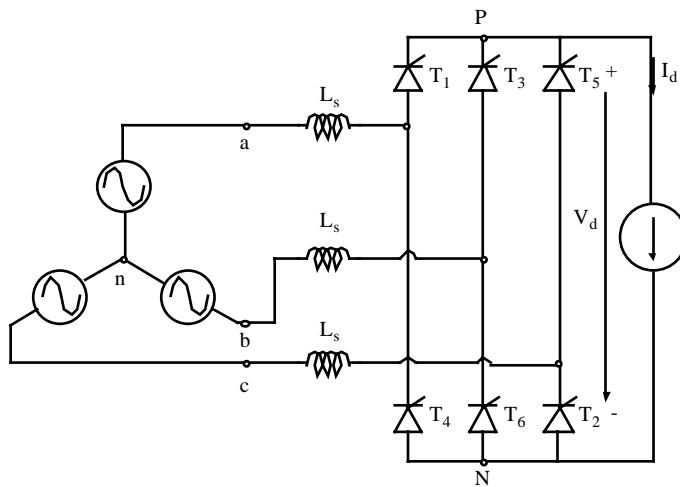
Utilizando la definición P.F. = -0,9545

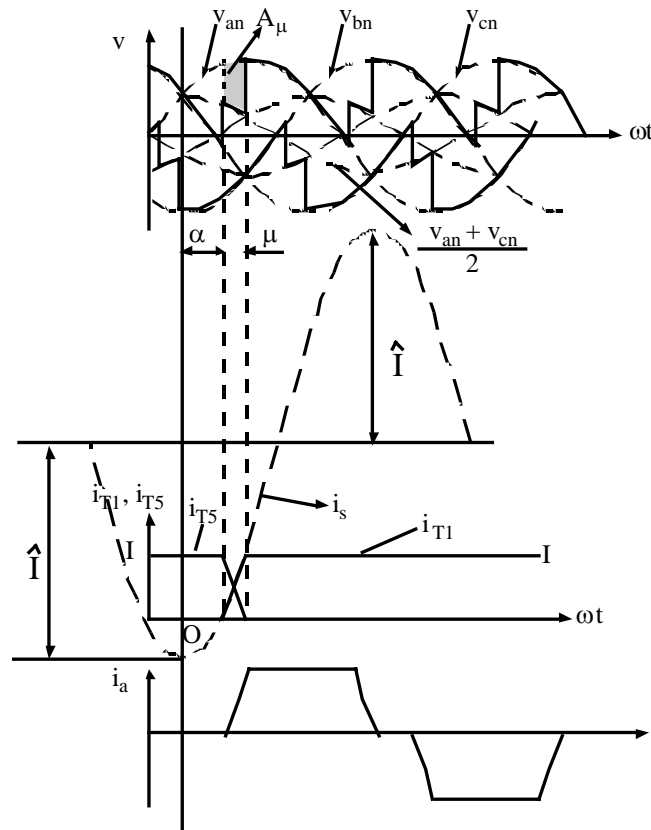


14.- Un convertidor ac/dc en puente trifásico totalmente controlado está alimentado por una tensión de línea de 380 V, 50 Hz. La inductancia de línea es $L_s = 1\text{mH}$ y la intensidad por la carga 10 A.

Con un ángulo de control $\alpha = 45^\circ$ y $\alpha = 135^\circ$

Calcular: 1) la tensión media en la carga V_o . 2) El ángulo de solape μ . 3) La distorsión armónica de intensidad en la red THD%





$$V_o = \frac{3}{\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3}{\pi} \omega L_s I_o ; \cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{I_o}{\hat{I}} ; \text{siendo } \hat{I} = \frac{\hat{V}_{LL}}{2\omega L_s}$$

Para $\alpha = 45^\circ$, $V_o = 362,87 \text{ V} - 3\text{V} = 359,87 \text{ V}$, $\alpha + \mu = 45,94^\circ$, $\mu = 0,94^\circ$

Para $\alpha = 135^\circ$, $V_o = -362,87 \text{ V} - 3\text{V} = -365,87 \text{ V}$, $\alpha + \mu = 135,96^\circ$, $\mu = 0,96^\circ$

Cálculo de THD

- Valor eficaz de la intensidad de línea

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\frac{2\pi}{3} - \mu} I_o^2 \cdot d\omega t + \int_0^\mu \left(\frac{I_o}{\mu} \right)^2 (\omega t)^2 \cdot d\omega t \right] ; I_{ef}^2 = \frac{2}{\pi} \left[I_o^2 \frac{\frac{2\pi}{3} - \mu}{2} + \left(\frac{I_o}{\mu} \right)^2 \frac{\mu^3}{3} \right]$$

$$I_{ef}^2 = \left(\frac{2}{3} - \frac{\mu}{3\pi} \right) I_o^2$$

Para $\alpha = 45^\circ$, $I_{ef}^2 = 66,4926 \text{ A}^2$



Para $\alpha=135^\circ, I_{ef}^2 = 66,4889 \text{ A}^2$

- Primer armónico de intensidad de línea

$$\hat{I}_1 = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\frac{2\pi-\mu}{3}} I_o \cos \omega t \cdot d\omega t + \int_{\frac{2\pi-\mu}{3}+\mu}^{\frac{2\pi-\mu}{2}} \left(-\frac{I_o}{\mu} \omega t + I_o + \frac{I_o}{\mu} \frac{2\pi-\mu}{2} \right) \cos \omega t \cdot d\omega t \right]$$

Solución de cada integral

$$\int_0^{\left(\frac{\pi-\mu}{3}\right)} I_o \cos \omega t \cdot d\omega t = I_o \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2}\right) = (1)$$

$$\int_{\left(\frac{\pi-\mu}{3}\right)}^{\left(\frac{\pi+\mu}{3}\right)} \left[I_o + \frac{I_o}{\mu} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2} \right) \right] \cos \omega t \cdot d\omega t = \left[I_o + \frac{I_o}{\mu} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2} \right) \right] \left[\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\mu}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2}\right) \right] = (2)$$

Para la integral $-\frac{I_o}{\mu} \int_{\left(\frac{\pi-\mu}{3}\right)}^{\left(\frac{\pi+\mu}{3}\right)} \omega t \cos \omega t \cdot d\omega t$, hacemos $u = \omega t$, $dv = \cos \omega t \cdot d\omega t$, $du = d\omega t$, $v = \sin \omega t$

$$-\frac{I_o}{\mu} \left[\omega t \sin \omega t - \int \sin \omega t \cdot d\omega t \right]_{\left(\frac{\pi-\mu}{3}\right)}^{\left(\frac{\pi+\mu}{3}\right)} = -\frac{I_o}{\mu} \left[\omega t \sin \omega t + \cos \omega t \right]_{\left(\frac{\pi-\mu}{3}\right)}^{\left(\frac{\pi+\mu}{3}\right)} \text{ cuyo resultado es}$$

$$-\frac{I_o}{\mu} \left[\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\mu}{2} \right) \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\mu}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\mu}{2}\right) - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2} \right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu}{2}\right) \right] = (3)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{4}{\pi} [(1) + (2) + (3)]$$

Para $\alpha = 45^\circ, \hat{I}_1 = 10,87 \text{ A}; I_{1ef} = 7,69 \text{ A}$

Para $\alpha=135^\circ, \hat{I}_1 = 11,03 \text{ A}; I_{1ef} = 7,8 \text{ A}$

$$THD = \sqrt{\frac{I_{ef}^2 - I_{1ef}^2}{I_{1ef}^2}}$$

Para $\alpha = 45^\circ, THD = 35,4\%$

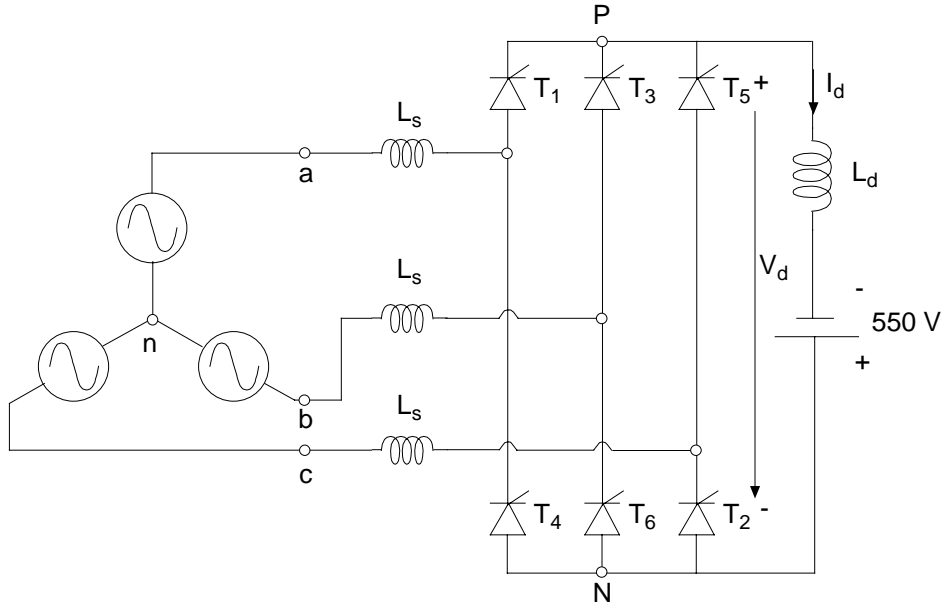


Para $\alpha=135^\circ$, THD = 30,55%



15.- Rectificador trifásico en puente totalmente controlado conectado a un secundario en estrella
 Datos: Tensión eficaz de línea de alimentación $V_{ll} = 460$ V. Frecuencia de la tensión de alimentación $f = 60$ Hz. Potencia suministrada a la carga $P_O = 55$ kW. Inductancia de línea $L_s = 0,5$ mH. Carga: Inductancia L_d de valor suficientemente elevado como para considerar I_d cte en serie con una fuente de tensión $E = -550$ V

Calcular: a) el ángulo de regulación α y b) el ángulo de solape μ



$$I_d = \frac{55 \text{ kW}}{550 \text{ V}} = 100 \text{ A} = \text{cte}$$

$$V_d = E = -550 \text{ V} ; V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{ll} \cos \alpha - \frac{A_\mu}{\frac{\pi}{3}} ; A_\mu = \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} v_{Ls} d(\omega t) ; A_\mu = \int_0^{I_d} \omega L_s di_a ; A_\mu = \omega L_s I_d$$

Con los datos propuestos $\alpha = 149^\circ$

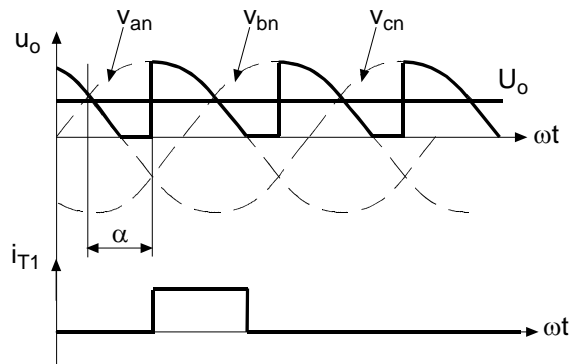
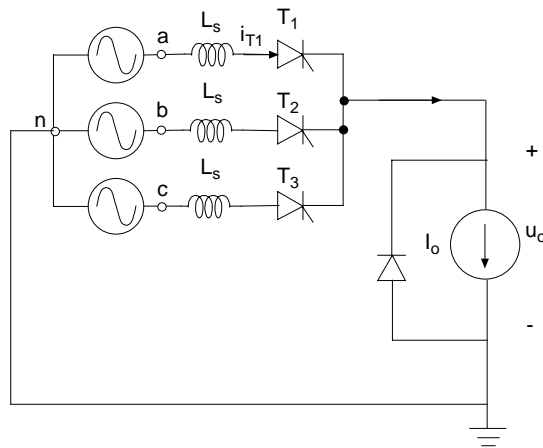
$$v_{Pn} = \frac{v_{an} + v_{cn}}{2} = v_{an} - L_s \frac{di_a}{dt} ; L_s \frac{di_a}{dt} = \frac{v_{ac}}{2}$$

$$di_a = \frac{V_{ll}\sqrt{2} \text{ sen}(\omega t)}{2\omega L_s} d(\omega t) ; \int_0^{I_d} di_a = \frac{\sqrt{2} V_{ll}}{2\omega L_s} \int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \text{sen}(\omega t) d(\omega t)$$

$$\cos(\alpha+\mu) = \cos \alpha - \frac{2\omega L_s}{\sqrt{2} V_{ll}} I_d ; \alpha+\mu = 156^\circ ; \mu = 7^\circ$$



16.- Un rectificador trifásico de media onda totalmente controlado es alimentado por un secundario en estrella que suministra 380 V a 50 Hz. Se conecta un diodo de libre circulación en la carga. La intensidad por la carga I_o se considera constante. El ángulo de regulación $\alpha = \pi/3$. Calcular el factor de distorsión de la corriente de entrada, el factor de desplazamiento y el factor de potencia de entrada.



$$V_o = \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} + \alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\hat{V}_f}{2\pi} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] ; V_o = \frac{3\hat{V}_f}{2\pi}$$

$$P_{cc} = \frac{3\hat{V}_f}{2\pi} I_o ; V_f = \frac{\hat{V}_f}{\sqrt{2}} ; I_{T1} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} I_o^2 d(\omega t)} ; I_{T1} = \frac{I_o}{2}$$

$$P.F. = \frac{P_{cc}}{3 V_f I_{T1}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0,45$$



$$\hat{I}_{1s} = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} I_o \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{I_o}{\pi} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] ; \hat{I}_{1s} = \frac{I_o}{\pi}$$

$$\hat{I}_{1c} = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} I_o \cos(\omega t) d(\omega t) = \frac{I_o}{\pi} \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] ; \hat{I}_{1c} = -\frac{I_o}{\pi}$$

$$\hat{I}_1 = \sqrt{\hat{I}_{1s}^2 + \hat{I}_{1c}^2} ; \hat{I}_1 = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} ; I_1 = \frac{I_o}{\pi}$$

$$k_d = \frac{I_1}{I_{T1}} = \frac{2}{\pi} ; k_d = 0,64$$

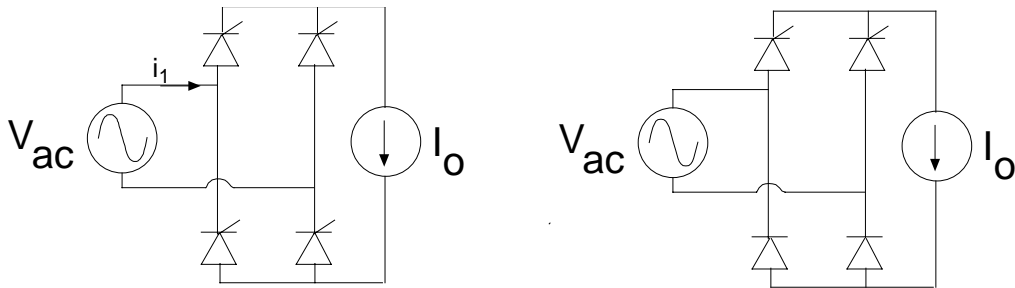
$$\phi = \text{atan}\left(-\frac{\hat{I}_{1c}}{\hat{I}_{1s}}\right) ; \phi = \frac{\pi}{4} ; \cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



17.- Mediante un convertidor en puente monofásico se desea obtener una tensión de salida $V_o = 0,5 V_{o\max}$.

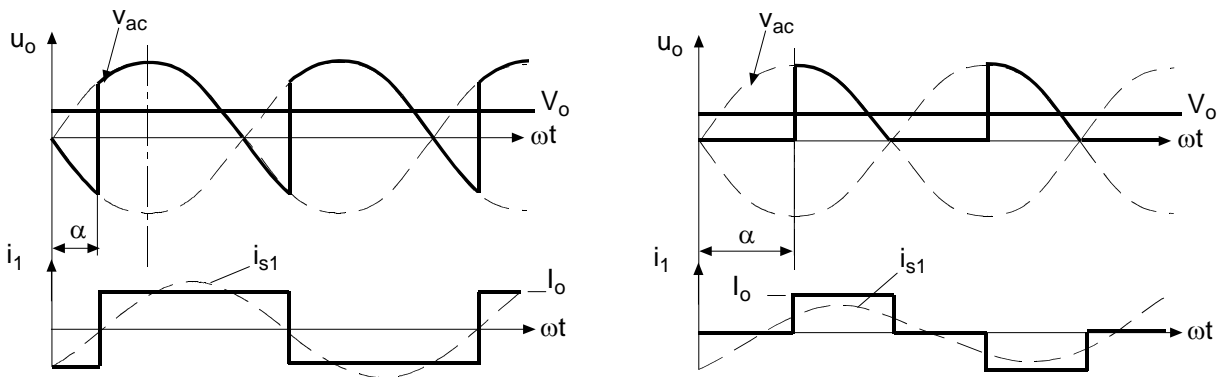
Calcular el factor de potencia P.F. y el factor de desplazamiento $\cos \phi$ en la fuente de alimentación, y la distorsión armónica total THD % de la intensidad de la fuente, comparando el resultado en el convertidor totalmente controlado frente al semicontrolado.

Tensión eficaz de alimentación V_s , intensidad por la carga constante I_d .



$V_{o\max}$ se obtiene con $\alpha=0$.

$$V_{o\max} = \frac{2 \hat{V}_s}{\pi}$$



En el caso del convertidor totalmente controlado

$$V_o = \frac{2 \hat{V}_s}{\pi} \cos \alpha ; \cos \alpha = \frac{1}{2} ; \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \phi ; \cos \phi = \frac{1}{2}$$

$$\hat{I}_{s1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} I_o \sin(\omega t) ; \hat{I}_{s1} = \frac{4}{\pi} I_o ; I_{s1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_o$$

$$I_s = I_o ; k_d = \frac{I_{s1}}{I_s} ; k_d = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,9$$

Curso 00/01.Tecnología Electrónica Ingeniería de Sistemas y Automática, TEISA
E.T.S. Ingenieros Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria



$$\text{P.F.} = k_d \cos \phi ; \text{P.F.} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0,45 ; \text{THD} = \sqrt{\frac{I_s^2 - I_{s1}^2}{I_{s1}^2}} ; \text{THD}\% = 48,34$$

En el caso del convertidor semicontrolado

$$V_o = \frac{\hat{V}_s}{\pi} (1 + \cos \alpha) ; \cos \alpha = 0 ; \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\phi = \frac{\alpha}{2} ; \cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$$

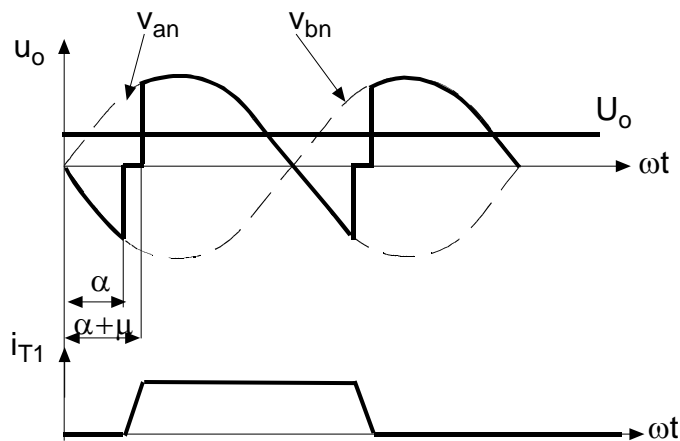
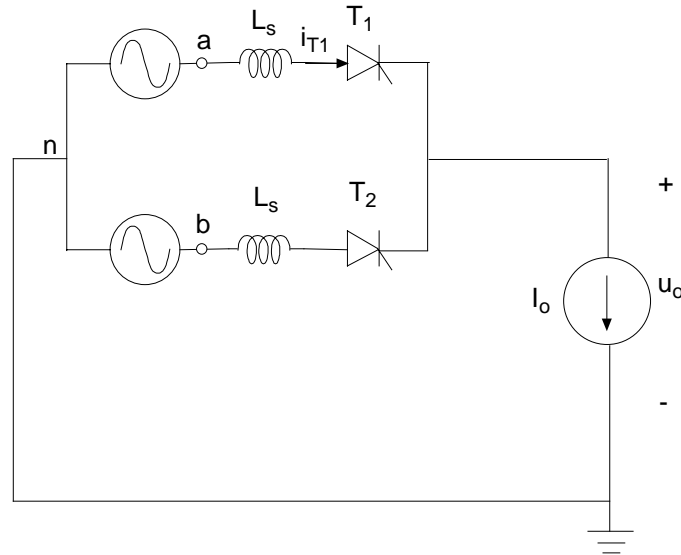
$$\hat{I}_{s1} = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi - \frac{\pi}{4}} I_o \sin(\omega t) ; \hat{I}_{s1} = \frac{4}{\pi} I_o \cos \frac{\pi}{4} ; I_{s1} = \frac{2}{\pi} I_o$$

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} I_o^2 d(\omega t)} ; I_s = \frac{I_o}{\sqrt{2}} ; k_d = \frac{I_{s1}}{I_s} ; k_d = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,9$$

$$\text{P.F.} = k_d \cos \phi ; \text{P.F.} = \frac{2}{\pi} = 0,64 ; \text{THD} = \sqrt{\frac{I_s^2 - I_{s1}^2}{I_{s1}^2}} ; \text{THD}\% = 48,34$$



18.- Rectificador bifásico de media onda totalmente controlado. Tensión de fase de entrada $V_i=220V$. Intensidad de salida $I_o=5A$ (cte.). Inductancia de línea $L_s=1mH$. Si el ángulo de control es $\alpha=45^\circ$, calcular en ángulo de solape μ y la tensión media de salida V_o .



$$A_\mu = \int_\alpha^{\alpha+\mu} v_{Ls} d\omega t = \omega L_s \int_0^{I_o} di \quad ; \quad A_\mu = \omega L_s I_o$$

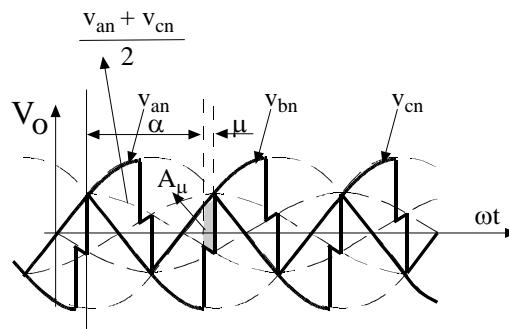
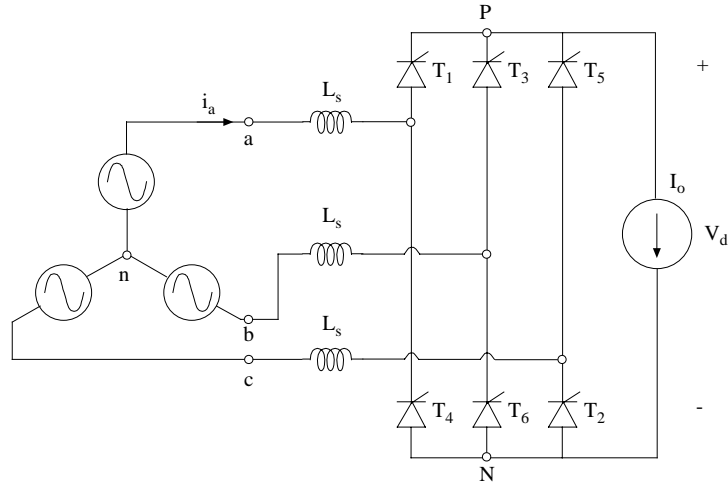
$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^{\pi+\alpha} \hat{V} \sin(\omega t) d\omega t - \frac{\omega L_s I_o}{\pi} \quad ; \quad V_o = \frac{2\hat{V}}{\pi} \cos \alpha - \frac{\omega L_s I_o}{\pi} \quad ; V_o = 139,6V$$

$$v_{Ls} = \hat{V} \sin(\omega t) \quad ; \quad \int_\alpha^{\alpha+\mu} \hat{V} \sin(\omega t) = \hat{V} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] = \omega L_s I_o$$

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos \alpha - \frac{\omega L_s I_o}{\hat{V}} \quad ; \quad \alpha + \mu = 45,41^\circ \quad ; \quad \mu = 0,41^\circ$$



19.- Obtener la tensión media de salida V_o de un rectificador trifásico en puente totalmente controlado. El ángulo de control es $\alpha=120^\circ$. Datos: $V_i=380V$, $f=50Hz$, $I_o=10A$, $L_s=4mH$



$$\bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} + \alpha} \hat{V}_f \sin(\omega t) d\omega t - \frac{3}{\pi} A_\mu \quad ; \quad \bar{V}_o = \frac{3}{\pi} \hat{V}_{LL} \cos \alpha - \frac{3}{\pi} \omega L I_o$$

para $\alpha = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$, $\bar{V}_o = -256,9V - 12V = 268,6V$