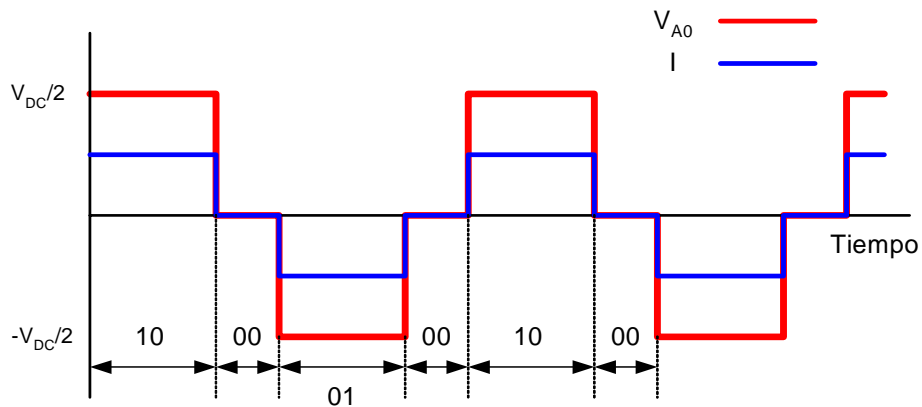
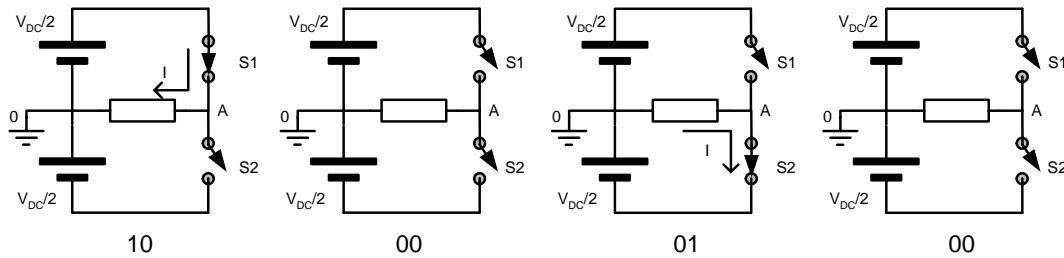


TEMA: Inversores no modulados

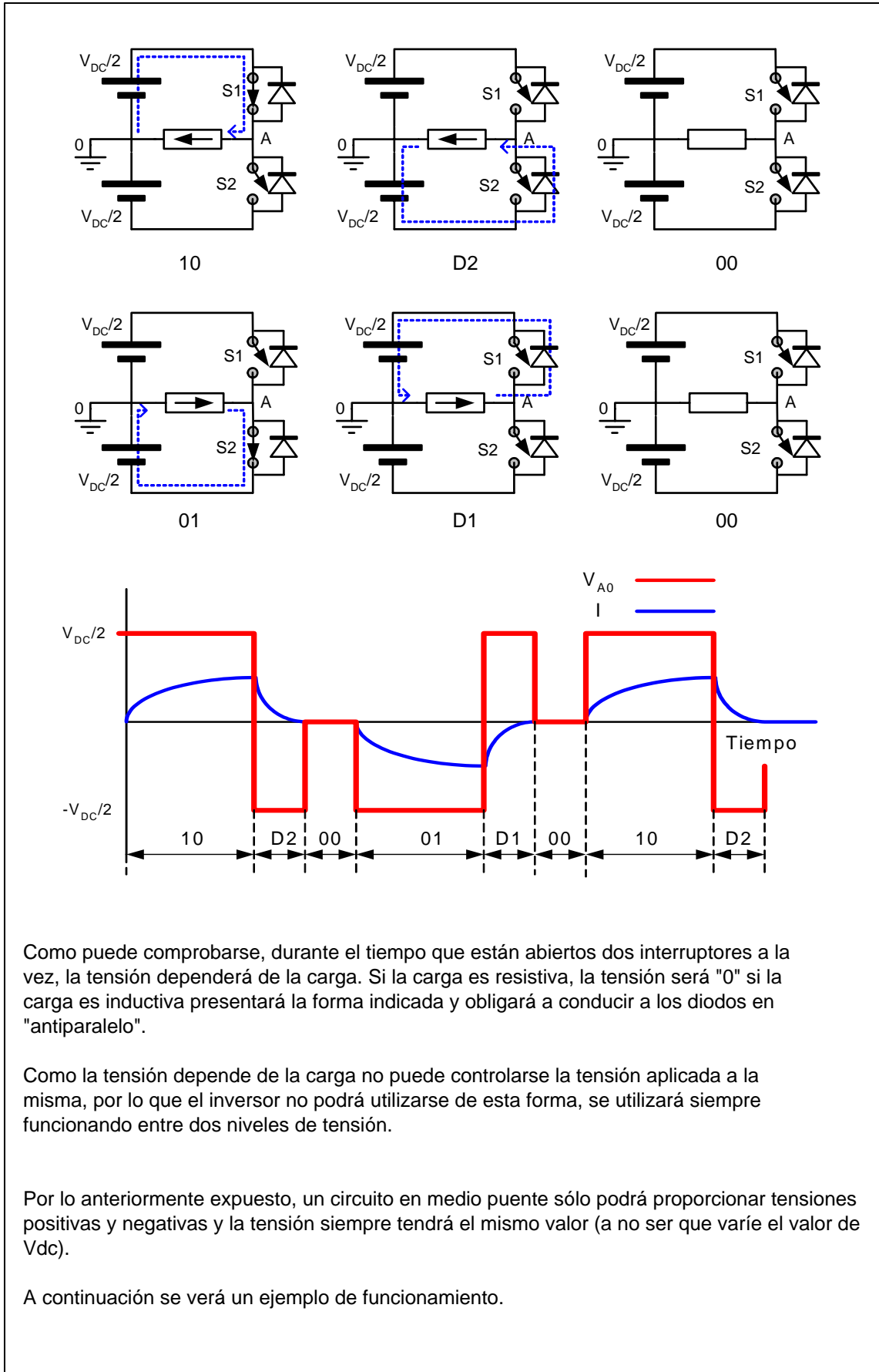
El inversor más sencillo es el formado por dos interruptores con una fuente de alimentación con un punto medio disponible y una carga resistiva. En estas condiciones las formas de tensión y corriente obtenidas en el inversor son las dibujadas a continuación.



Como puede comprobarse se obtiene una tensión sobre la carga de tres niveles ($-V_{dc}/2$, 0 , $V_{dc}/2$) pudiendo controlar el valor eficaz de la tensión modificando el tiempo que cada interruptor está cerrado.

Sin embargo, es muy difícil encontrar cargas puramente resistivas, ya que el simple cable de conexión ya tiene una cierta inductancia. Si los interruptores fueran unidireccionales (Sólo puede circular la corriente en una dirección) la existencia de una inductancia ocasionaría unas sobretensiones que dañarían seriamente los componentes. De ahí la utilización en los inversores de diodos en antiparalelo con los transistores.

Algunos componentes llevan incluidos en su interior dicho diodo como es el caso de los MOSFET, en otros componentes puede añadirse dentro del encapsulado (IGBT). Las cargas más habituales son cargas RL y la siguiente figura muestra que aspecto tendría la tensión obtenida si la carga fuera RL.



Como puede comprobarse, durante el tiempo que están abiertos dos interruptores a la vez, la tensión dependerá de la carga. Si la carga es resistiva, la tensión será "0" si la carga es inductiva presentará la forma indicada y obligará a conducir a los diodos en "antiparalelo".

Como la tensión depende de la carga no puede controlarse la tensión aplicada a la misma, por lo que el inversor no podrá utilizarse de esta forma, se utilizará siempre funcionando entre dos niveles de tensión.

Por lo anteriormente expuesto, un circuito en medio puente sólo podrá proporcionar tensiones positivas y negativas y la tensión siempre tendrá el mismo valor (a no ser que varíe el valor de V_{dc}).

A continuación se verá un ejemplo de funcionamiento.

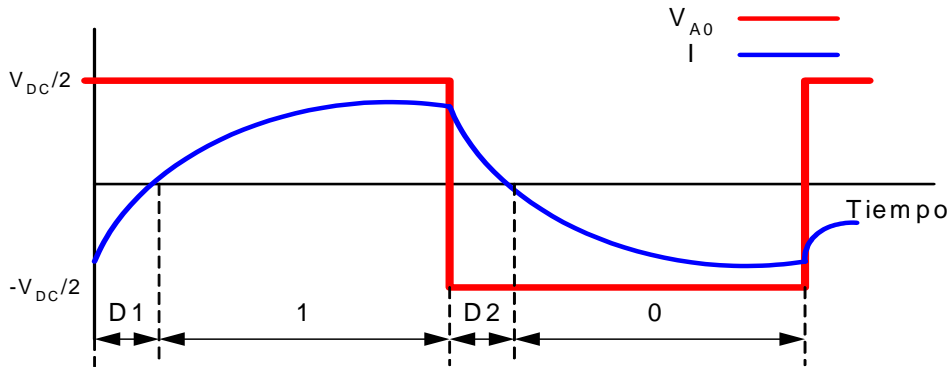
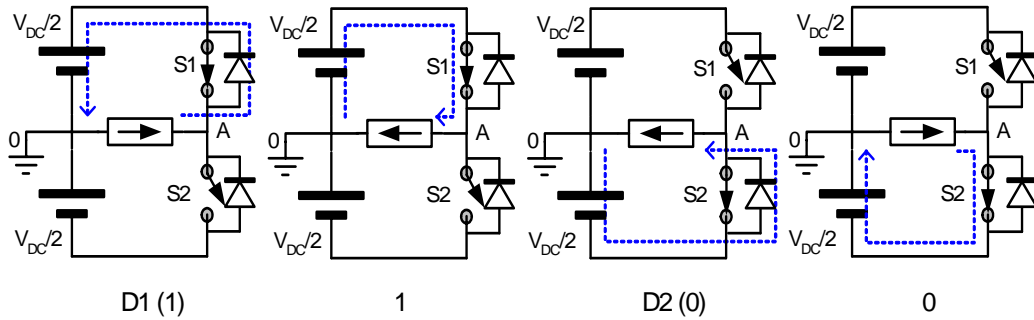
Tensión V_{ao} en un medio puente:

V_d Tensión continua total $V_d/2 + V_d/2$

ϕ desfase respecto al origen

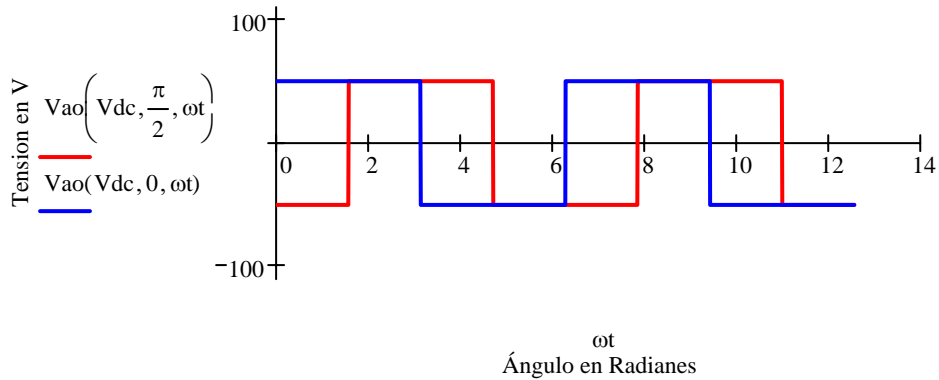
ωt angulo para el cual se quiere calcular el valor

$$V_{ao}(V_d, \phi, \omega t) := \begin{cases} V \leftarrow \text{sign}(\sin(\omega t - \phi)) \\ V \leftarrow 1 \text{ if } V = 0 \\ \frac{V}{2} \cdot V_d \end{cases}$$



$\omega t := 0.001, 0.01 \dots 4\pi$

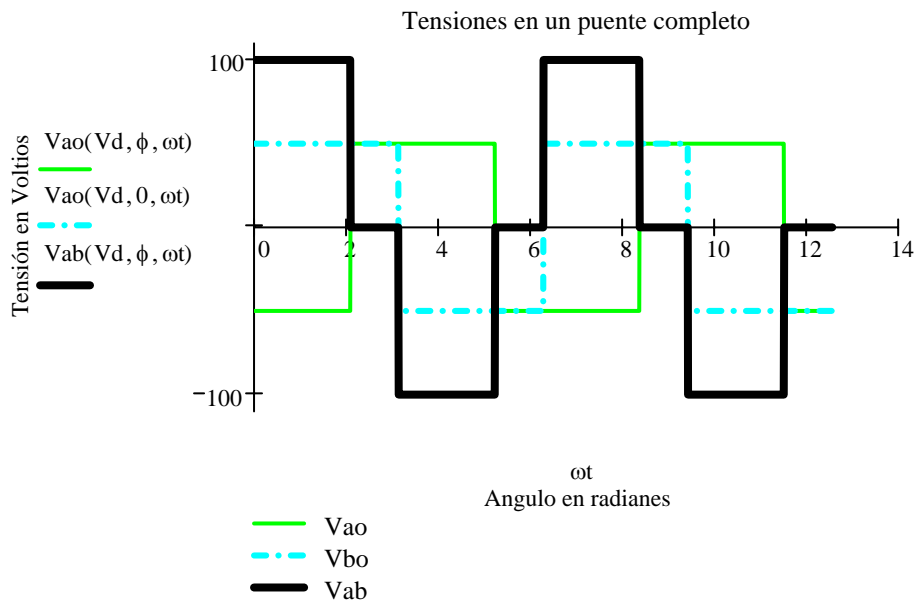
$V_{dc} := 100$



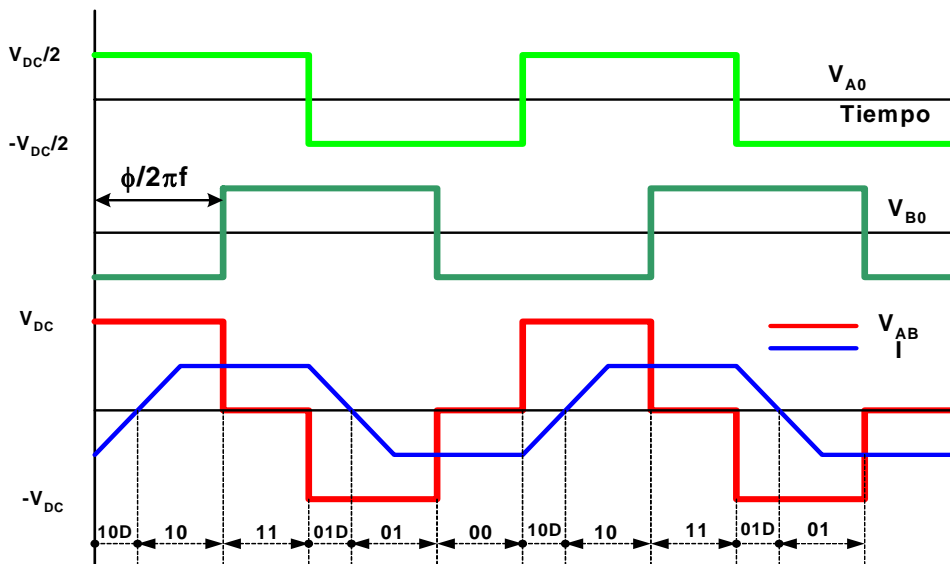
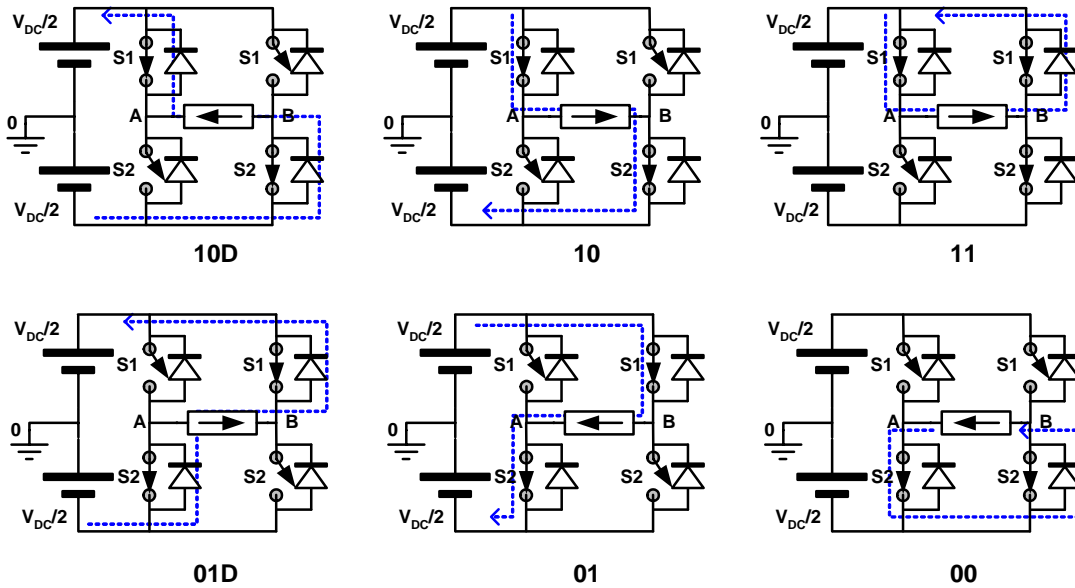
Un puente completo puede obtenerse a partir de dos medios puentes, y la tensión puede calcularse como la diferencia entre las dos ramas $V_{ao} - V_{bo}$, las señales de control de los semipuentes pueden estar desfasadas un ángulo ϕ

$$V_{ab}(V_d, \phi, \omega t) := V_{ao}(V_d, 0, \omega t) - V_{ao}(V_d, \phi, \omega t)$$

$$V_d := 100 \quad \phi := \frac{2 \cdot \pi}{3}$$



En la siguiente figura se ven detalladamente los diodos y transistores que se encuentran conduciendo en cada instante en función de la corriente que circula por la carga, En el dibujo se ha simplificado el trazado de la corriente que representa una carga inductiva.



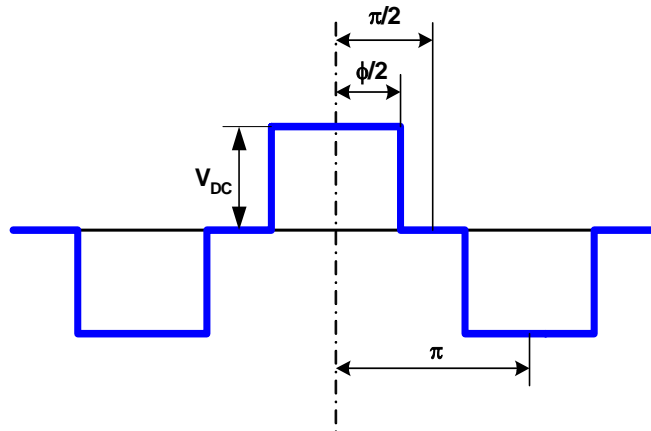
Contenido armónico de la tensión para un ángulo ϕ

$$A(V_d, n, \phi) := \frac{1}{\pi} \int_0^{2 \cdot \pi} V_{ab}(V_d, \phi, \omega t) \sin(n \cdot \omega t) d\omega t$$

$$B(V_d, n, \phi) := \frac{1}{\pi} \int_0^{2 \cdot \pi} V_{ab}(V_d, \phi, \omega t) \cos(n \cdot \omega t) d\omega t$$

$$C(V_d, n, \phi) := \left(A(V_d, n, \phi)^2 + B(V_d, n, \phi)^2 \right)^{.5}$$

Dada las simetrías de la señal puede obtenerse una expresión general muy sencilla y rápida de calcular:



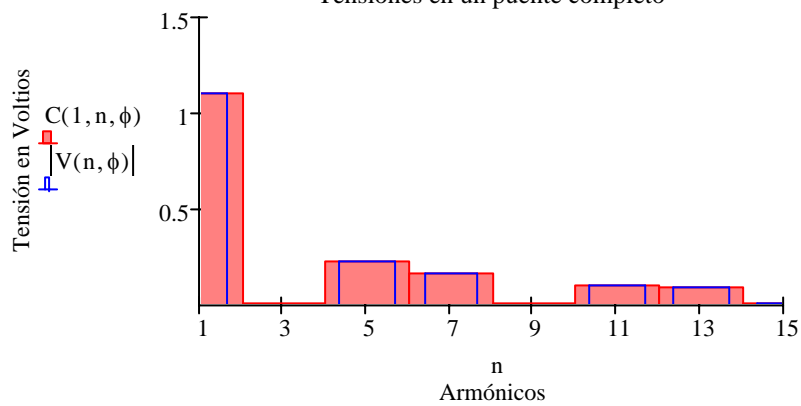
$$V(n, \phi) := \frac{4}{n \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2} \cdot n\right)$$

Expresión general sólo valida para n=1,3,5,...Donde se ha supuesto que la tensión VDC=1, para cualquier otra tensión deberá multiplicarse el valor obtenido pro VDC.

A continuación se muestran los resultados obtenidos mediante los dos métodos:

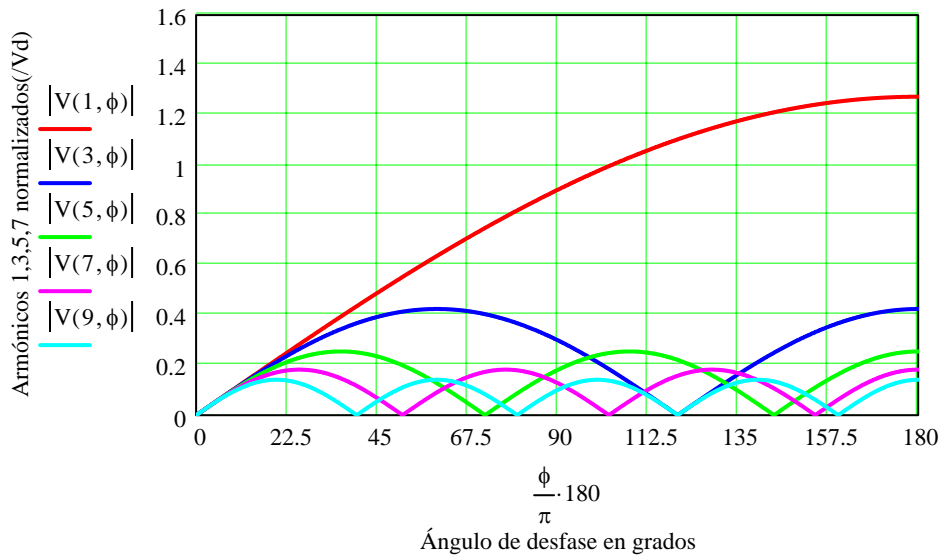
$$\phi := 2 \cdot \frac{\pi}{3} \quad n := 1, 3 \dots 15$$

Tensiones en un puente completo



Son especialmente interesantes el valor de la fundamental N=1 y el estudio de los primeros armónicos, 1,3,5,7 así como la distorsión armónica (THD)

$$\phi := 0, 0.001 \dots \pi$$



El valor eficaz de la tensión podrá calcularse mediante:

$$V_{rms}(V_d, \phi) := \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{2 \cdot \pi} V_{ab}(V_d, \phi, \omega t)^2 d\omega t} \quad V_{rms}(100, 1) = 56.42$$

Obteniendo una expresión general:

$$V_{abrms}(V_d, \phi) := V_d \cdot \sqrt{\frac{\phi}{\pi}} \quad V_{abrms}(100, 1) = 56.419$$

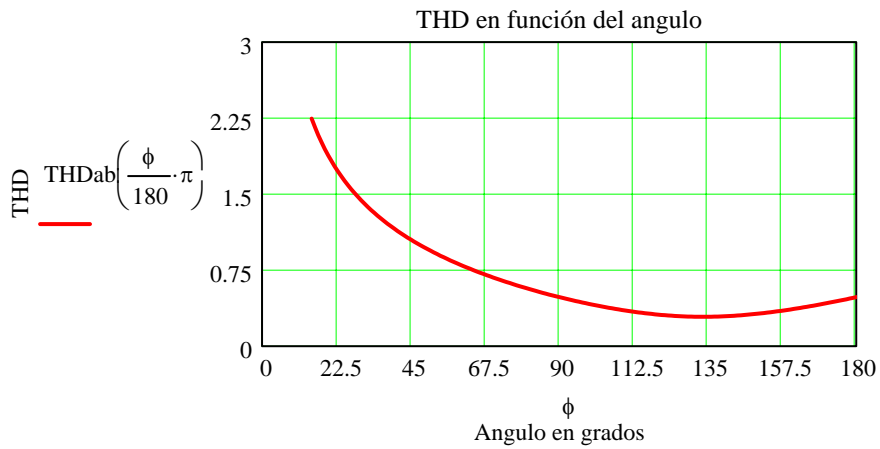
La distorsión armónica en función del ángulo de desfase entre las señales de control será:

$$THD(\phi) := \sqrt{\frac{V_{rms}(1, \phi)^2 - \left(\frac{C(1, 1, \phi)}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{C(1, 1, \phi)}{\sqrt{2}}\right)^2}}$$

Puede obtenerse la expresión general:

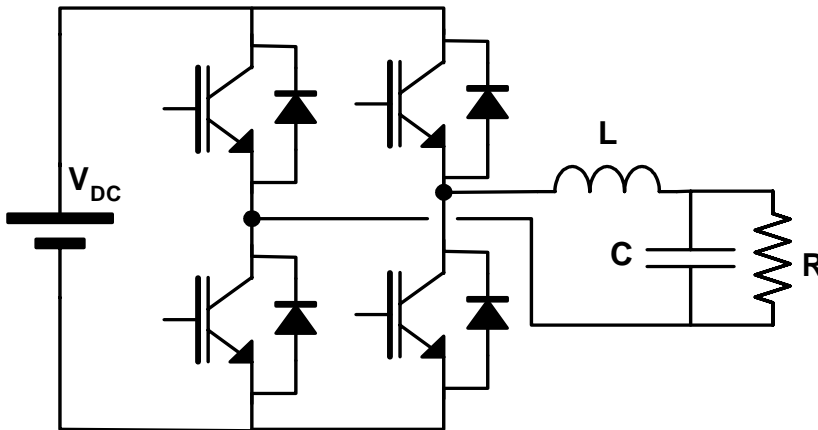
$$THD_{ab}(\phi) := \sqrt{\frac{V_{abrms}(1, \phi)^2 - \left(\frac{V(1, \phi)}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{V(1, \phi)}{\sqrt{2}}\right)^2}}$$

$$\phi := 15, 16 \dots 180$$



Cálculo de corrientes en circuitos alimentados por señales no senoidales

Deberán seleccionarse un numero suficiente de armónicos y aplicar superposición.



Como ejemplo se propone calcular la corriente que circula por el circuito de la figura en función del ángulo de desfase de la señales de control

DATOS :

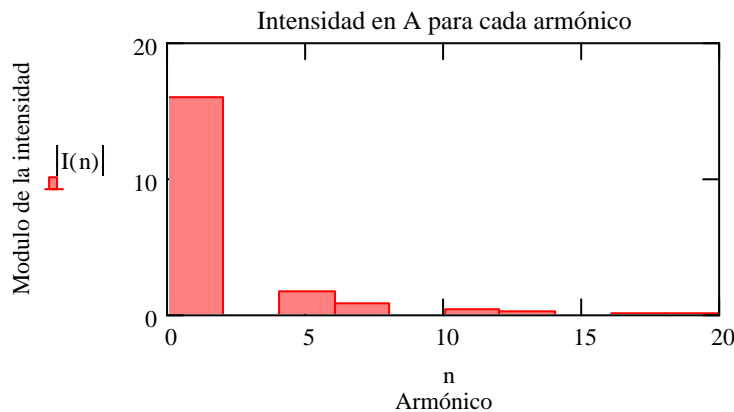
$$R := 7 \quad L := 10^{-2} \quad C := 100 \cdot 10^{-6} \quad f := 50 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad V_d := 100 \quad \phi := \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

La impedancia será diferente para cada armónico "n"

$$Z(n) := n \cdot \omega \cdot L \cdot j - \frac{\frac{R}{n \cdot \omega \cdot C} \cdot j}{R - \frac{1}{n \cdot \omega \cdot C} \cdot j}$$

La intensidad por tanto también será diferente para cada armónico.

$$I(n) := \frac{V(n, \phi) \cdot V_d}{Z(n)} \quad n := 1, 3 \dots 20$$



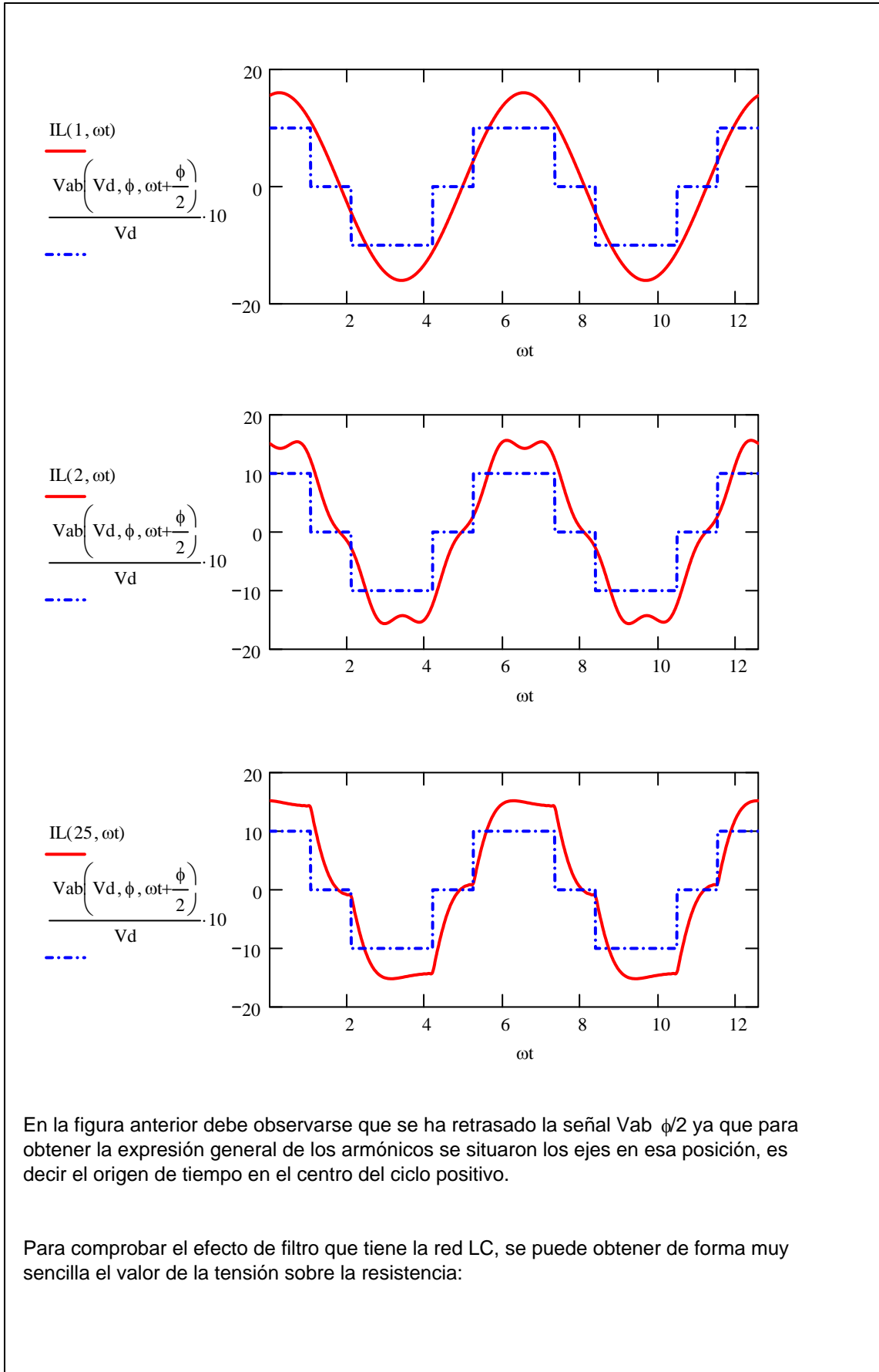
De forma similar puede obtenerse el valor en cada instante de la corriente. Solo hay que determinar el desfase de la misma que vendrá dado por la impedancia de la carga. La siguiente expresión muestra como puede obtenerse la corriente para cada valor de ωt y para cada armónico n.

$$Int(n, \omega t) := \frac{V(n, \phi) \cdot V_d \cdot \cos\left(n \cdot \omega t - \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(Z(n))}{\operatorname{Re}(Z(n))}\right)\right)}{|Z(n)|}$$

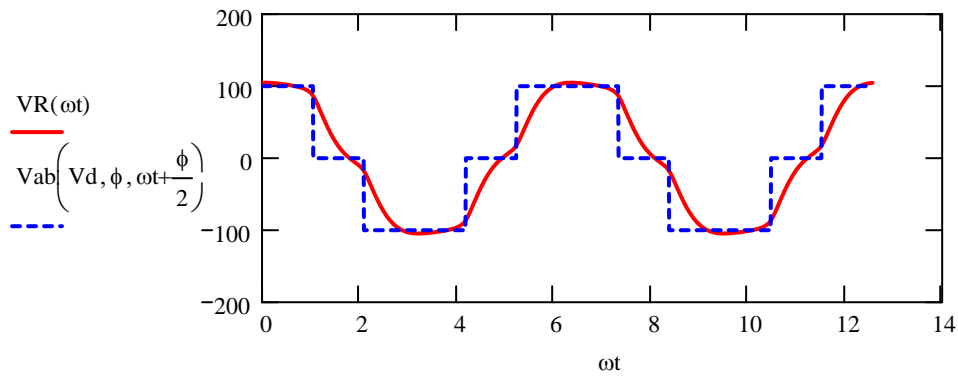
La precisión de la solución mostrada dependerá del número de armónicos seleccionado, la corriente será la suma de infinitos armónicos. Sin embargo, en estas formas de corriente "suaves" seleccionando 3 ó 4 armónicos no nulos la solución es muy aproximada.

La siguiente gráfica muestra la corriente que circula por la bobina para diferentes aproximaciones.

$$I_L(k, \omega t) := \sum_{n=0}^k Int(n \cdot 2 + 1, \omega t) \quad K \text{ es el número de armónicos no nulos}$$



$$VR(\omega t) := \left[\sum_{k=0}^{15} \text{Int}(k \cdot 2 + 1, \omega t) \cdot \left[\frac{\frac{-1}{(2 \cdot k + 1) \cdot \omega \cdot C} \cdot j}{R - \frac{-1}{(2 \cdot k + 1) \cdot \omega \cdot C} \cdot j} \right] \right] \cdot R$$



Una buena práctica podría ser determinar la distorsión armónica de la tensión sobre la resistencia.

El valor del primer armónico lo determinaremos mediante desarrollo en serie de Fourier

$$A1 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} VR(\omega t) \sin(\omega t) d\omega t \quad B1 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} VR(\omega t) \cos(\omega t) d\omega t$$

$$C1 := \sqrt{A1^2 + B1^2} \quad C1 = 109.514$$

A continuación se calculará el valor eficaz de la tensión sobre la resistencia

$$VR_{rms} := \left(\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} VR(\omega t)^2 d\omega t \right)$$

Por último, podemos aplicar la fórmula de la distorsión armónica y determinar su valor

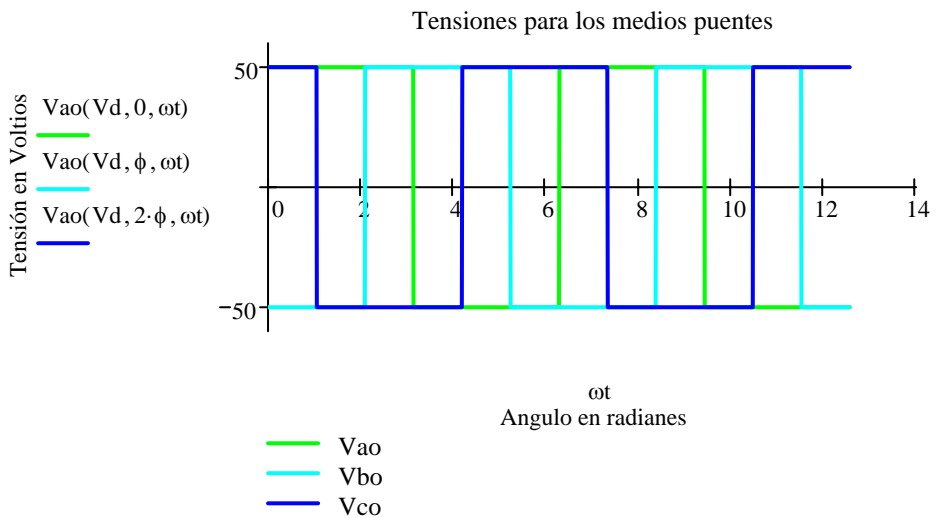
$$THD := \sqrt{\frac{VR_{rms}^2 - \frac{C1^2}{2}}{\frac{C1^2}{2}}}$$

La distorsión armónica sin el filtro es de $THD_{ab}(\phi) = 0.311$ utilizando el filtro se ha bajado hasta un valor de $THD = 0.081$

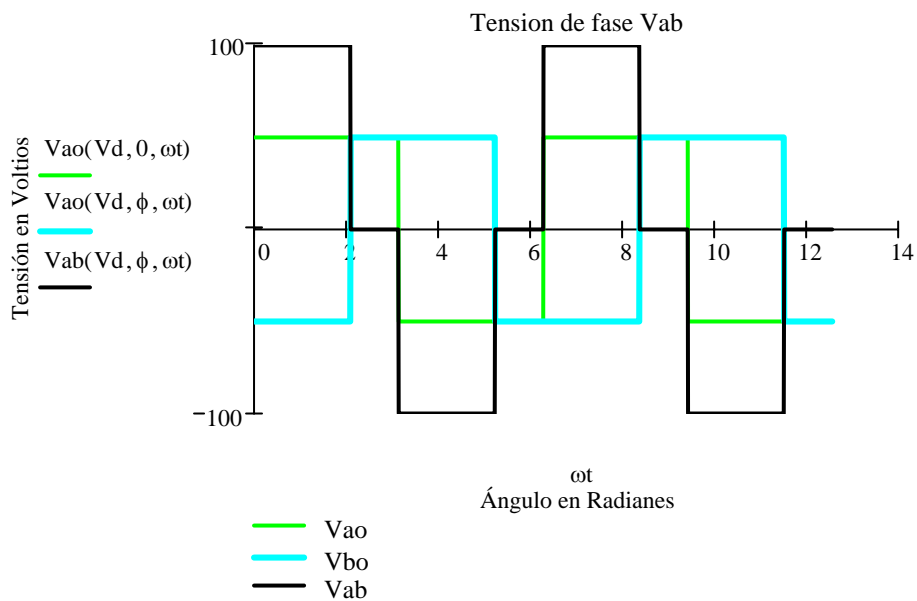
Inversores trifásicos no modulados

Podrán construirse como la suma de tres inversores monofasicos en medio puente cuyas señales de disparo estén desfasadas entre si un ángulo de $2 \cdot \pi/3$ (Radianes)

$$\phi := 2 \frac{\pi}{3}$$

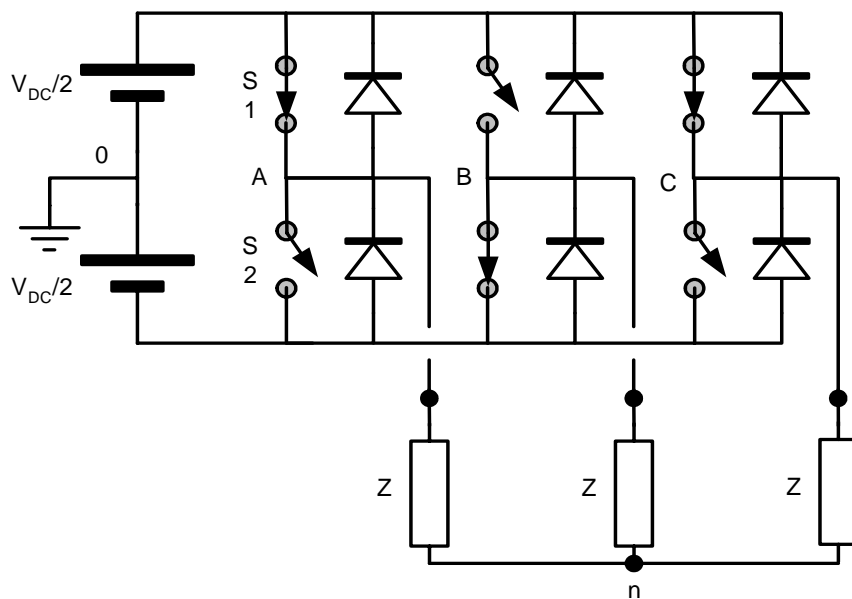
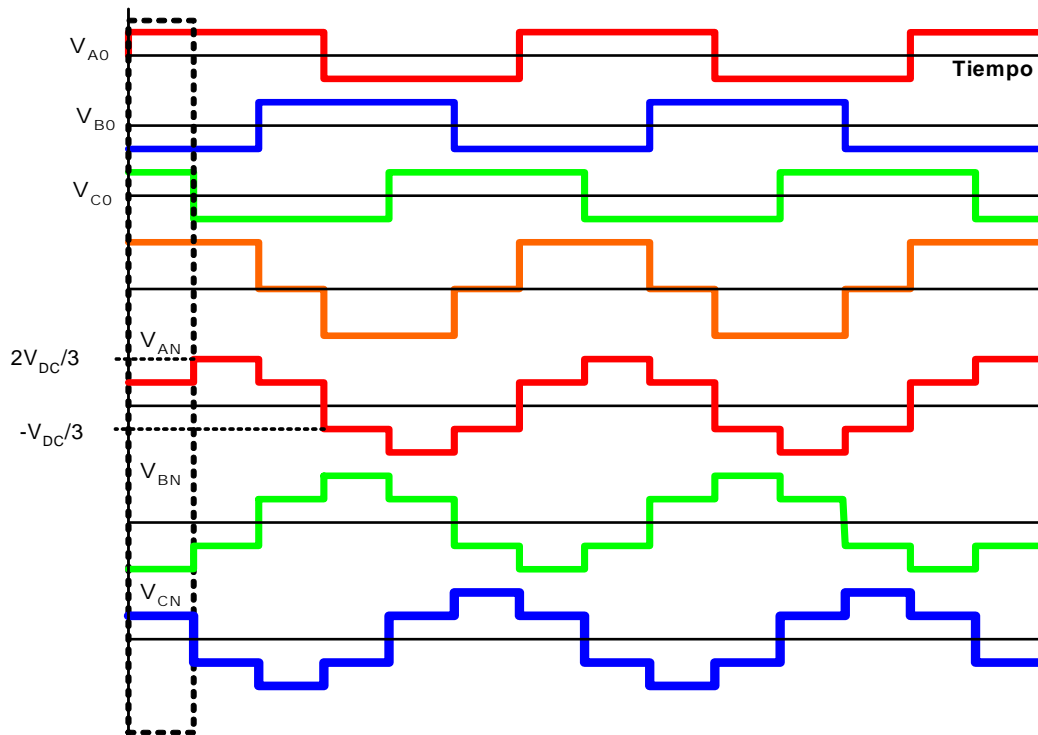


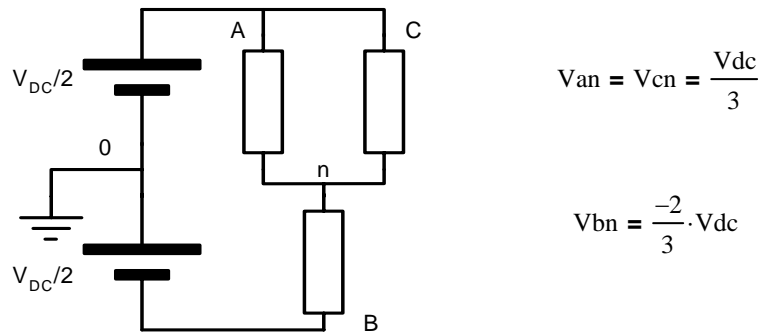
La tensión entre fases se calcula de la misma forma que en el apartado exterior, para un puente completo. Con la diferencia de que aquí el ángulo de desfase **siempre es fijo** y no puede regularse el valor de la tensión en función de este valor.



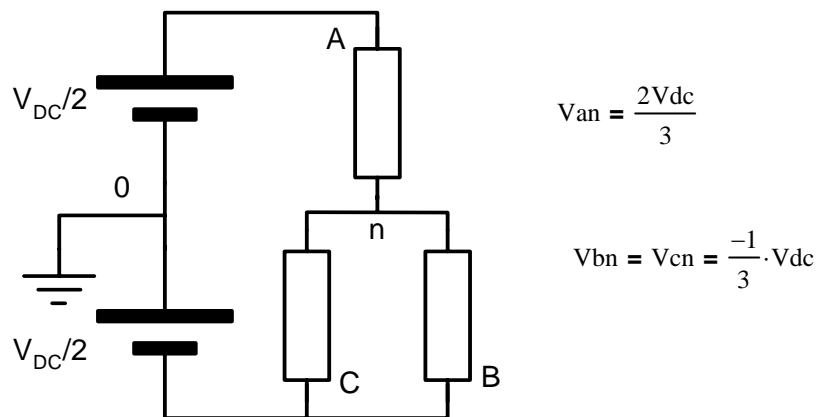
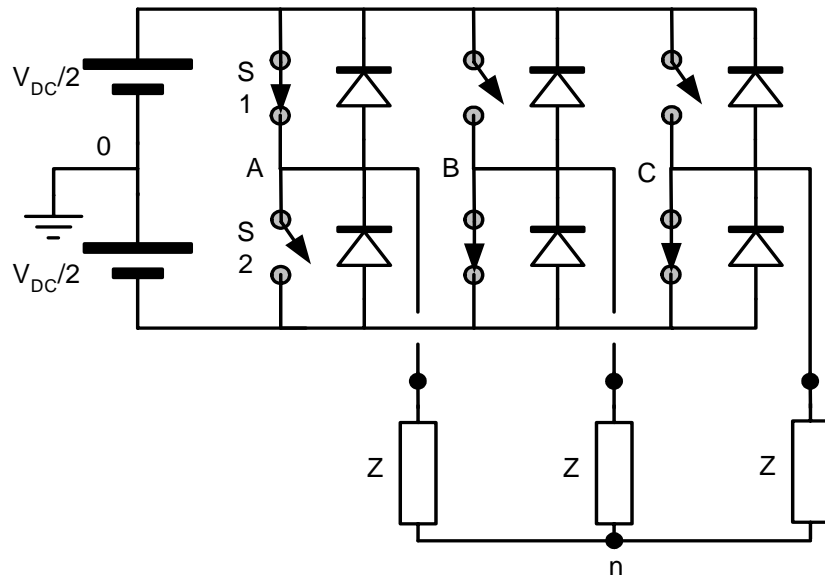
Si este tipo de inversor alimenta una carga equilibrada conectada en estrella, como puede ser un motor de inducción la tensión que aparece en cada fase puede determinarse como sigue:

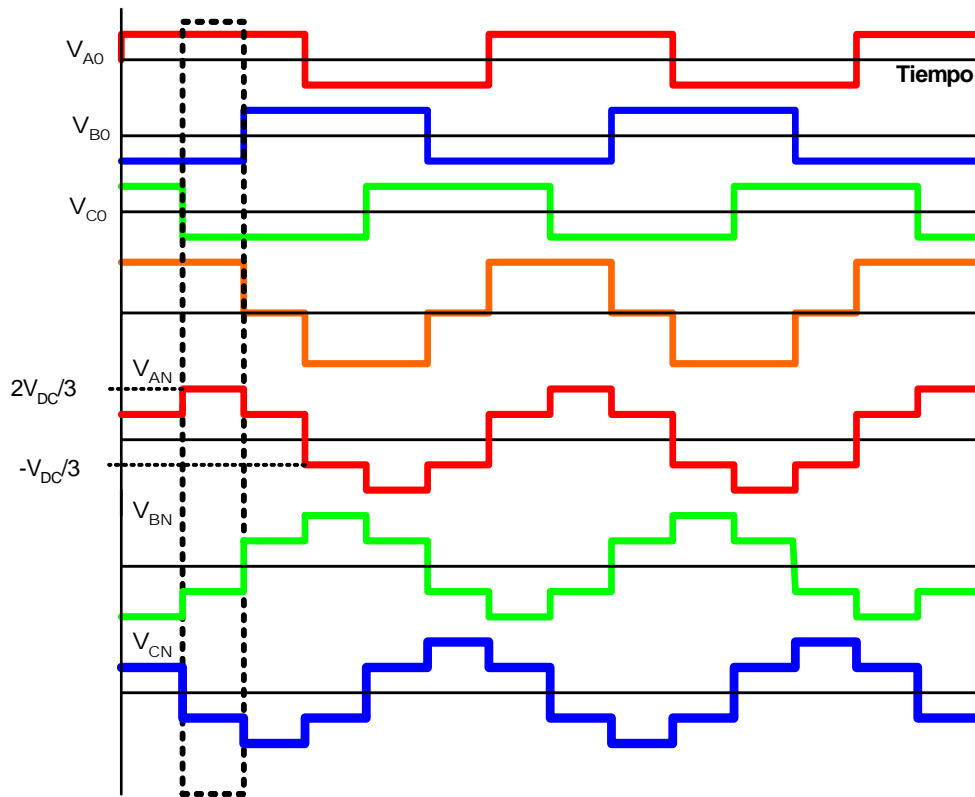
En los primeros 60° conducen S1A, S2B, S1C, por lo que las tensiones obtenidas son:





Para los siguientes 60° conducen S1A, S2B, S2C, por lo que las tensiones obtenidas son:



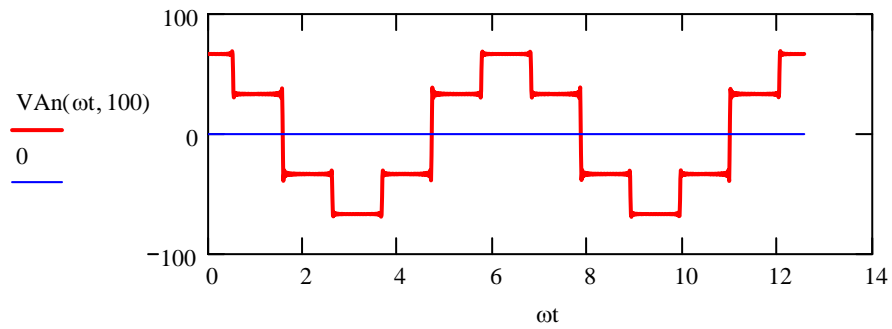


Podemos realizar el desarrollo en series de Fourier de la tensión de fase de forma similar a como se realizó para la tensión de línea y se obtendrá:

$$A_{an}(n, V_{dc}) := \frac{8 \cdot V_{dc}}{3 \cdot \pi \cdot n} \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot n\right) \right) + \frac{4 \cdot V_{dc}}{3 \cdot \pi \cdot n} \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot n\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot n\right) \right)$$

Para representar esta tensión de forma lo más exacta posible, se han tomado los 100 primeros armónicos no nulos. Para los cálculos de corriente no será necesario tomar un número tan grande de componentes. El filtro hace despreciables la mayor parte de estos componentes.

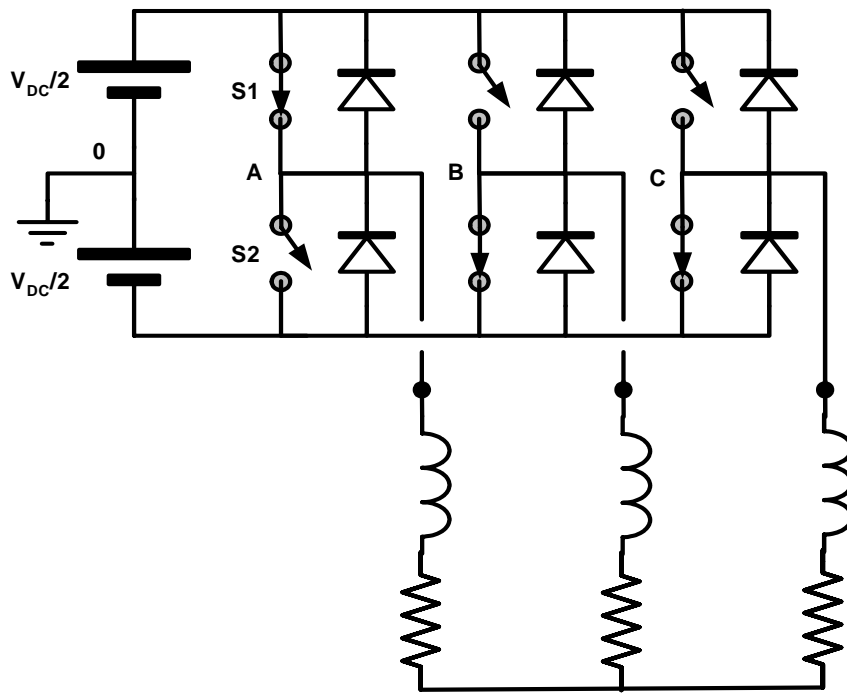
$$V_{An}(\omega t, V_{dc}) := \sum_{k=0}^{100} A_{an}(k \cdot 2 + 1, V_{dc}) \cdot \cos[(k \cdot 2 + 1) \cdot \omega t]$$



Ejemplo

Como ejemplo seleccionaremos un inversor trifásico con carga RL alimentado a una tensión de continua V_d y del que se pretende obtener una tensión alterna de frecuencia f

$$R := 10 \quad L := 10^{-2} \quad f := 50 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad V_d := 500$$

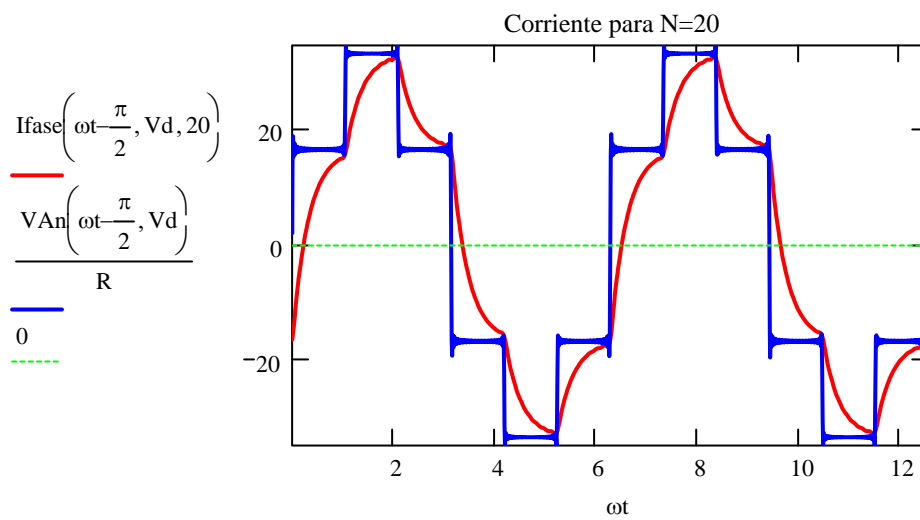
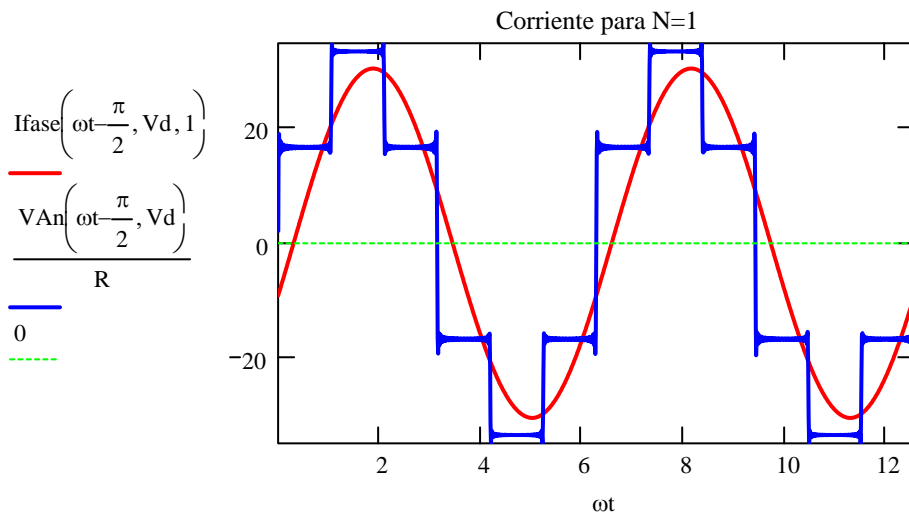


La impedancia de cada fase será diferente para cada armónico "n" y vendrá dada por la expresión:

$$Z_{\text{fase}(n)} := R + \omega \cdot n \cdot j \cdot L$$

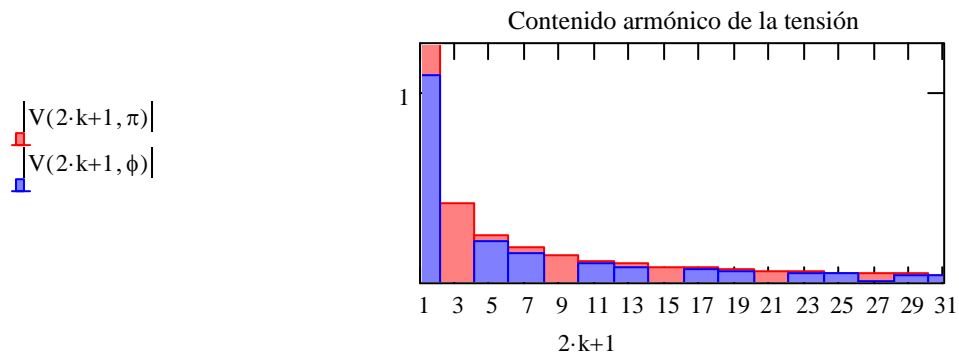
La siguiente función nos dará la corriente en función de ωt y en número de armónicos no nulos seleccionados (n)

$$I_{\text{fase}}(\omega t, V_{\text{dc}}, n) := \sum_{k=0}^n \frac{A_{\text{an}}(k \cdot 2 + 1, V_{\text{dc}}) \cdot \cos \left[(k \cdot 2 + 1) \cdot \omega t - \text{atan} \left(\frac{\text{Im}(Z_{\text{fase}}(2 \cdot k + 1))}{\text{Re}(Z_{\text{fase}}(2 \cdot k + 1))} \right) \right]}{|Z_{\text{fase}}(k \cdot 2 + 1)|}$$



Aspectos sobre el contenido armónico de los inversores trifásicos no modulados.

$$k := 0 .. 15 \quad \phi := \frac{2 \cdot \pi}{3}$$



Como puede comprobarse los armónicos multiples de 3 desaparecen cuando el desfase entre las tensiones es de $2\pi/3$ Rad. De ahí que en el contenido armónico de la tensión en los sistemas trifásicos no aparezcan estos armónicos (3,6,9,...)

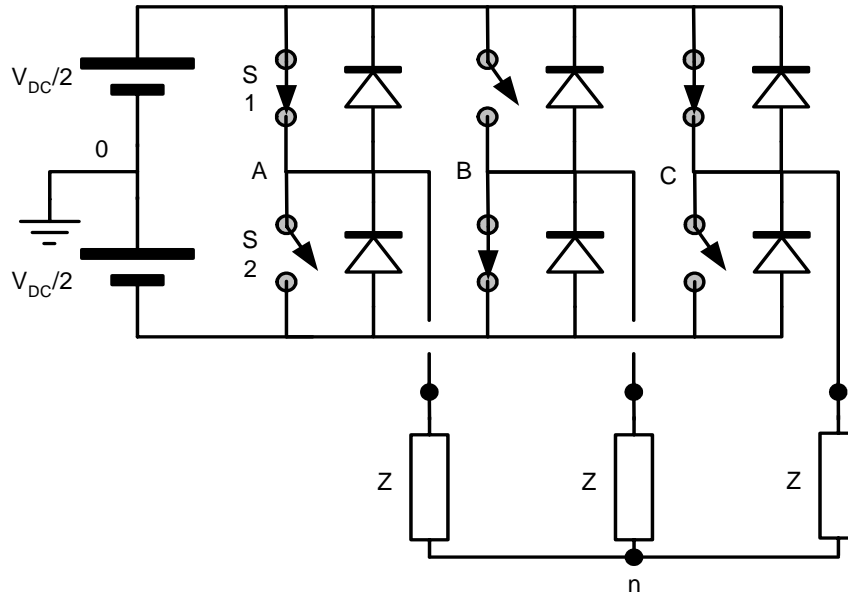
Corriente y potencia en la parte de continua del inductor

En el apartado anterior se ha comprobado como utilizando desarrollos en series de Fourier y superposición puede calcularse la corriente que circula por el circuito en su parte de alterna. Sin embargo ¿Como podemos saber la corriente demandada de la fuente de continua?

Para ello debemos representar el funcionamiento de los inversores en función de sus funciones de conmutación. Las funciones de conmutación nos indicarán en cada instante si un interruptor del convertidor está abierto o cerrado.

De acuerdo con la denominación dada a los interruptores en este tema, el interruptor de la parte superior llevará asociado el número "1" y el de la parte inferior el "2", el nombre de cada interruptor irá acompañado de la rama a la que pertenece (A,B,C).

Si utilizamos la letra "m" para las funciones de conmutación, para el instante de tiempo para el cual se ha dibujado la siguiente figura se tendrán los siguientes valores para dichas funciones
 $m1a=1, m2a=0, m1b=0, m2b=1, m1c=1, m2c=0$
 donde se puede comprobar que el valor "1" indica interruptor cerrado y el valor "0" interruptor abierto.



Utilizando estas funciones se pueden expresar las tensiones de cada rama respecto a la referencia "0" como:

$$V_{A0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (ma_1 - ma_2)$$

$$V_{B0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (mb_1 - mb_2)$$

$$V_{C0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (mc_1 - mc_2)$$

De una forma más general la tensión de la rama "q" podrá expresarse como:

$$V_{Q0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (mq_1 - mq_2)$$

Como ya se ha visto anteriormente los dos interruptores de una misma rama no pueden estar cerrados a la misma vez ya que se produciría un cortocircuito, por tanto $mq_1 + mq_2 = 1$ (tampoco pueden estar abiertos a la vez porque entonces no quedaría definida la tensión en dicha rama). La expresión quedará como

$$V_{Q0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot [(2mq)_1 - 1]$$

Por simplificación se denominará a $2m_q[1]-1$ como m_q y así las expresiones de las tensiones de cada rama con respecto a 0 quedarán simplificadas a:

$$V_{A0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (m_a)$$

$$V_{B0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (m_b)$$

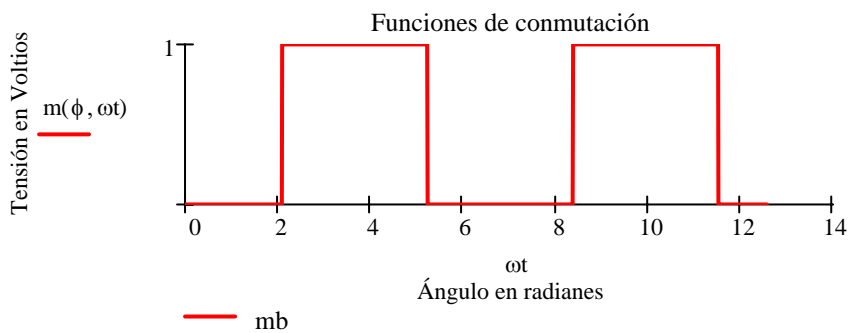
$$V_{C0} = \frac{V_{DC}}{2} \cdot (m_c)$$

Ejemplo :

$$R := 5 \quad L := 10^{-2} \quad f := 50 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad V_d := 500$$

Se definirán unas funciones de conmutación de forma muy similar a como se definieron las tensiones para cada una de las fases con respecto a "0". Es decir, de forma simétrica y con un ángulo de desfase en radianes respecto al origen (ϕ).

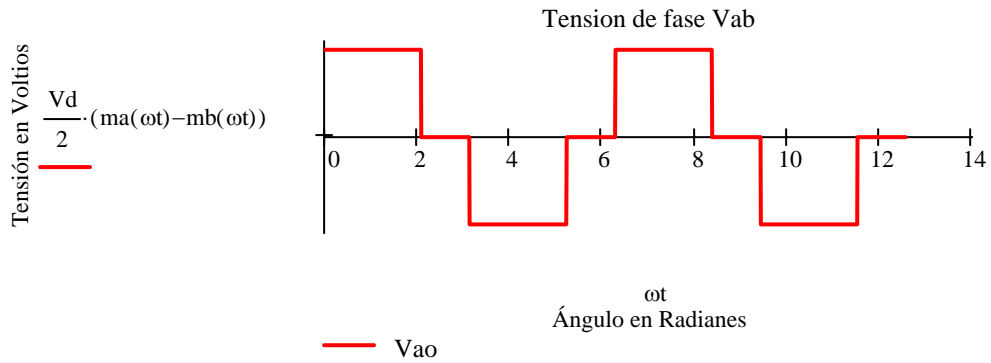
$$m(\phi, \omega t) := \begin{cases} V \leftarrow \frac{\text{sign}(\sin(\omega t - \phi)) + 1}{2} \\ V \leftarrow 1 \text{ if } V = \frac{1}{2} \\ V \end{cases}$$



Las funciones de disparo de un sistema trifásico como el utilizado hasta el momento podrán escribirse como:

$$\begin{aligned} m_{a1}(\omega t) &:= m(0, \omega t) & m_{b1}(\omega t) &:= m\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) & m_{c1}(\omega t) &:= m\left(\frac{4 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) \\ m_a(\omega t) &:= 2 \cdot m_{a1}(\omega t) - 1 & m_b(\omega t) &:= 2 \cdot m_{b1}(\omega t) - 1 & m_c(\omega t) &:= 2 \cdot m_{c1}(\omega t) - 1 \end{aligned}$$

La tensión V_{ab} puede calcularse como $V_{ao} - V_{bo}$



Al igual que en los ejemplos anteriores puede obtenerse el valor de la tensión entre fase y neutro de una carga equilibrada conectada en estrella (V_{qn})

$$V_{An} = V_{A0} - V_{n0}$$

$$V_{Bn} = V_{B0} - V_{n0} \quad \text{No conocemos } V_{n0} \quad \text{Veamos como obtenerla}$$

$$V_{Cn} = V_{C0} - V_{n0}$$

Si las impedancias de cada fase son iguales se cumplirá:

$$V_{An} = I_A Z$$

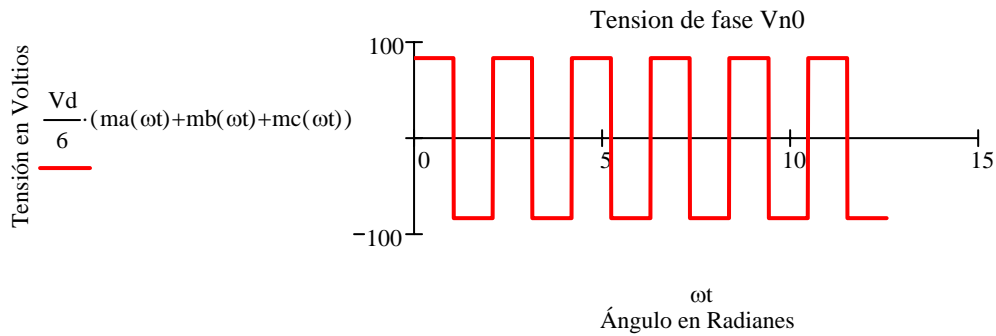
$$V_{Bn} = I_B Z$$

$$V_{Cn} = I_C Z$$

$$V_{An} + V_{Bn} + V_{Cn} = (V_{A0} + V_{B0} + V_{C0} - 3 \cdot V_{n0}) = Z \cdot (I_A + I_B + I_C) = 0$$

Despejando de esta expresión se puede calcular el valor de V_{n0} como:

$$V_{n0} = \frac{V_{A0} + V_{B0} + V_{C0}}{3} = \frac{V_{DC}}{2 \cdot 3} \cdot (m_a + m_b + m_c)$$

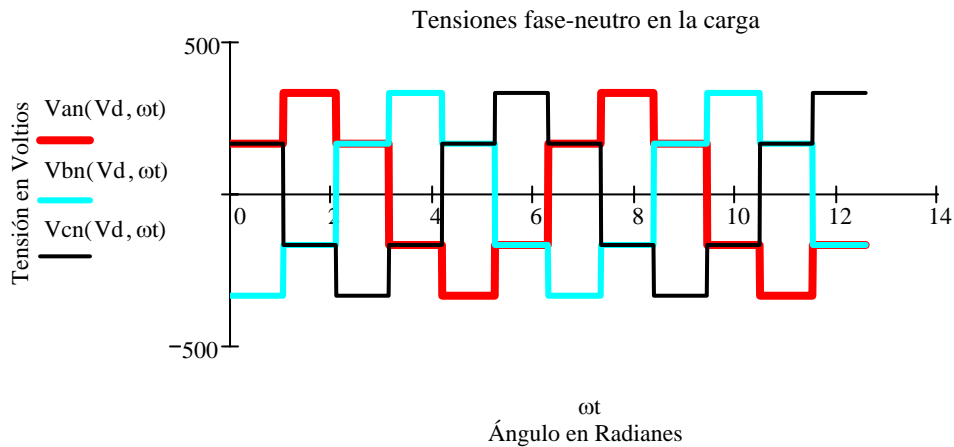


Las tensiones entre fase y neutro de la carga podrán escribirse como:

$$V_{an}(V_d, \omega t) := \frac{V_d}{2} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot m_a(\omega t) - \frac{1}{3} (m_b(\omega t) + m_c(\omega t)) \right]$$

$$V_{bn}(V_d, \omega t) := \frac{V_d}{2} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot m_b(\omega t) - \frac{1}{3} (m_a(\omega t) + m_c(\omega t)) \right]$$

$$V_{cn}(V_d, \omega t) := \frac{V_d}{2} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot m_c(\omega t) - \frac{1}{3} (m_a(\omega t) + m_b(\omega t)) \right]$$



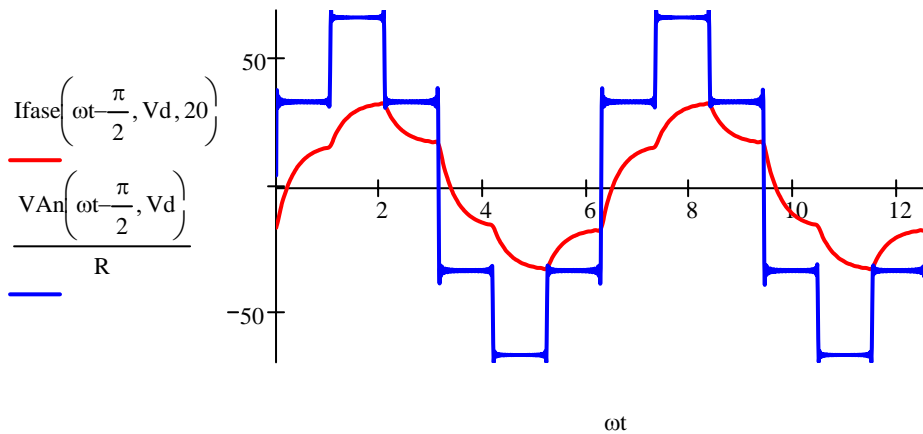
De forma muy similar a como se ha procedido con las corrientes puede realizarse el cálculo para determinar la corriente que circula en el circuito de continua.

Para que se cumplan las leyes de Kirchoff la corriente que circula por el circuito de continua debe ser igual a la suma de las corrientes que circulan por los interruptores de la parte superior (m_{a1} , m_{b1} , m_{c1}). Nota: también pueden obtenerse ecuaciones equivalentes utilizando los de la parte inferior.

$$I_{DC} = \left(\sum_q I_q \cdot m_q l \right) = \left[\sum_q I_q \cdot \frac{(mq + 1)}{2} \right]$$

Como sabemos que la suma de las corrientes $I_a + I_b + I_c = 0$ la expresión anterior para el caso del inversor trifásico quedará como:

$$I_{DC} = \left[\frac{m_a}{2} \cdot I_a + \frac{m_b}{2} \cdot I_b + \frac{m_c}{2} \cdot I_c + (I_a + I_b + I_c) \right] = \frac{m_a}{2} \cdot I_a + \frac{m_b}{2} \cdot I_b + \frac{m_c}{2} \cdot I_c$$



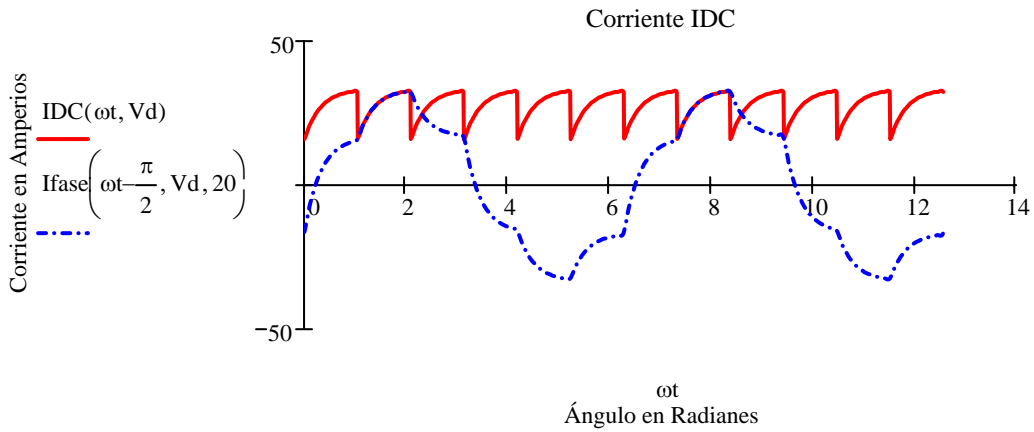
Recordar que debemos introducir un retraso de $\pi/2$, en la tensión de la fase A ya que para obtener el desarrollo en Serie de Fourier de Forma sencilla se situaron los ejes no en el inicio de la señal sino el centro del tramo de valor máximo, para ello se adelantó la señal ese mismo valor $\pi/2$

$$I_A(\omega t, V_d) := \text{Ifase}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}, V_d, 20\right)$$

$$I_B(\omega t, V_d) := \text{Ifase}\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \frac{\pi}{3}, V_d, 20\right) \quad \text{Tomando 20 armónicos no nulos}$$

$$I_C(\omega t, V_d) := \text{Ifase}\left(\omega t - \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{3}, V_d, 20\right)$$

$$I_{DC}(\omega t, V_d) := \frac{1}{2} \cdot (I_A(\omega t, V_d) \cdot m_a(\omega t) + I_B(\omega t, V_d) \cdot m_b(\omega t) + I_C(\omega t, V_d) \cdot m_c(\omega t))$$



La potencia extraida de la fuente de continua puede calcularse como:

$$\text{Potencia} := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \text{IDC}(\omega t, Vd) \cdot Vd \, d\omega t \quad \text{Potencia} = 1.408 \times 10^4$$

Podemos comprobar como simplemente trabajando con el primer armónico, el valor de la potencia extraida de la fuente de continua es bastante aproximada:

$$V_{An1}(\omega t, Vdc) := A_{an}(1, Vdc) \cdot \cos[(1) \cdot \omega t]$$

$$I_{A1}(\omega t, Vdc) := \frac{A_{an}(1, Vdc) \cdot \cos\left[(1) \cdot \omega t - \text{atan}\left(\frac{\text{Im}(Z_{fase}(1))}{\text{Re}(Z_{fase}(1))}\right)\right]}{|Z_{fase}(1)|}$$

$$P1 := \frac{3}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} V_{An1}(\omega t, Vd) \cdot I_{A1}(\omega t, Vd) \, d\omega t \quad P1 = 1.383 \times 10^4$$

Incluso tomando sólo la aproximación del primer armónico el error cometido no es muy grande.

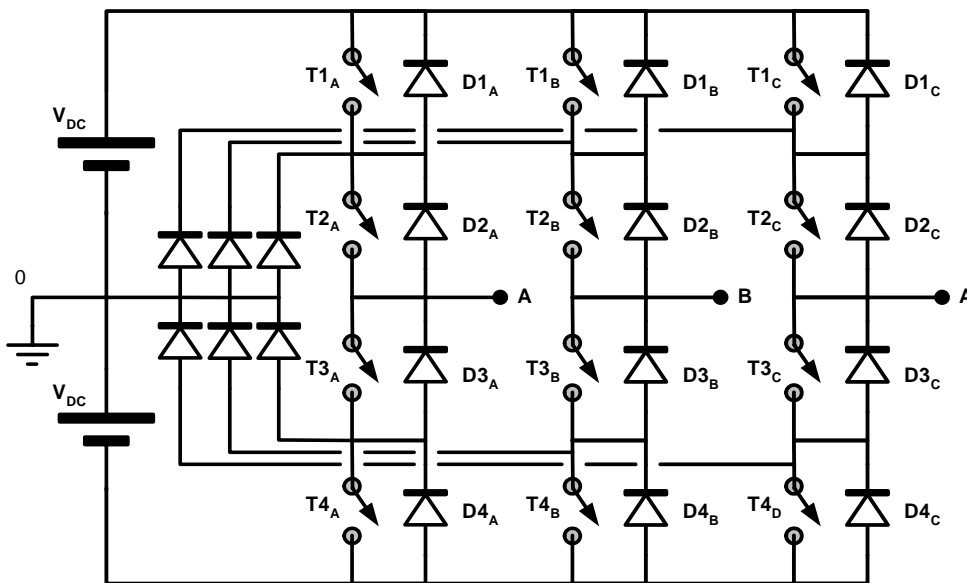
Inversores de tres niveles

Otra configuración de inversor funcionando como fuente de tensión que está tomando cada vez más importancia, sobre todo en **potencias grandes** es el denominado en inglés "Neutral-point clamped inverter" que aquí denominaremos inversor de tres niveles.

Cada una de las ramas del inversor entrará el doble de transistores que los inversores vistos hasta el momento, pero estos solo soportarán la mitad de la tensión y además podrá obtenerse un valor de tensión nula.

Este inversor tiene un problema que no aparecía con los otros inversores. Si el punto medio de la tensión se obtiene mediante un divisor capacitivo, deberemos asegurarnos que la energía extraída de cada uno de los condensadores es la misma. En caso contrario las tensiones del puente quedarán desequilibradas. El equilibrio entre estas tensiones se puede obtener introduciendo un lazo de control y modificando el tiempo en que se está conectando la instalación al punto medio de las tensiones o por ejemplo utilizando dos fuentes aisladas de tensión como pueden ser la salida de dos transformadores con su puente de diodos y filtro correspondiente.

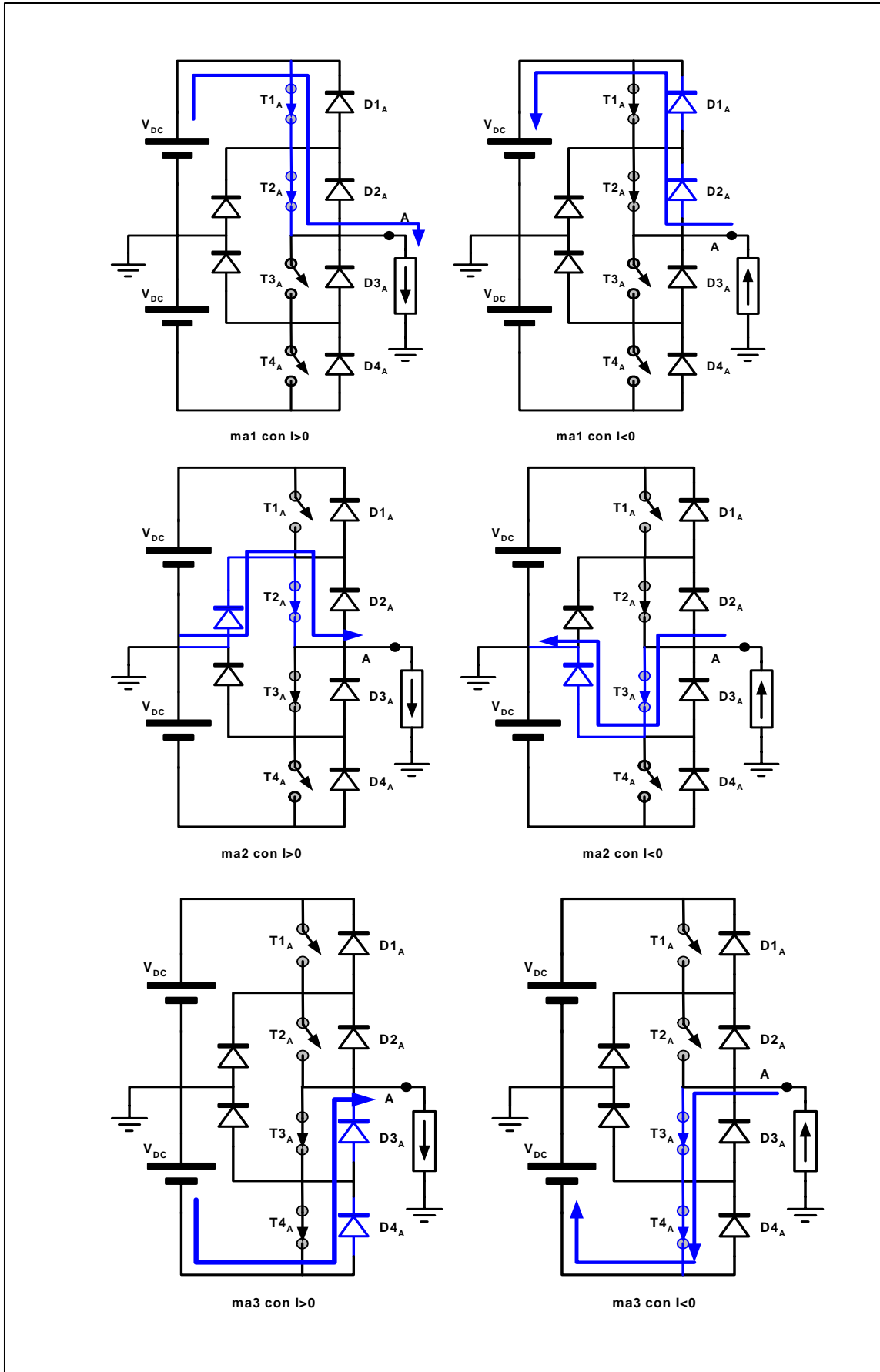
En la figura siguiente se muestra un ejemplo de inversor trifásico de 3 niveles.



Dentro de cada rama del inversor aparecen 4 transistores que no podrán cerrarse en cualquier combinación. Deberán seguir las siguientes especificaciones:

- T1x-T2x cerrados tendrán una tensión en "x" igual a V_{dc}
- T2x-T3x cerrados tendrán una tensión en "x" igual a 0
- T3x-T4x cerrados tendrán una tensión en "x" igual a $-V_{dc}$

Para representar la tensión de salida en función de las señales de control de cada transistor se definirán unas variables m_{x1} , m_{x2} , m_{x3} (donde x puede ser a, b o c), estas variables valdrán 1 si (T1x-T2x, T2x-T3x o T3x-T4x están cerrados) y en cualquier otro caso valdrán 0



En las condiciones anteriormente mostradas se pueden obtener las tensiones en los terminales de salida con respecto al punto medio de la tensión como:

$$V_{A0} = V_{dc}(m_{a1} - m_{a3})$$

$$V_{B0} = V_{dc}(m_{b1} - m_{b3})$$

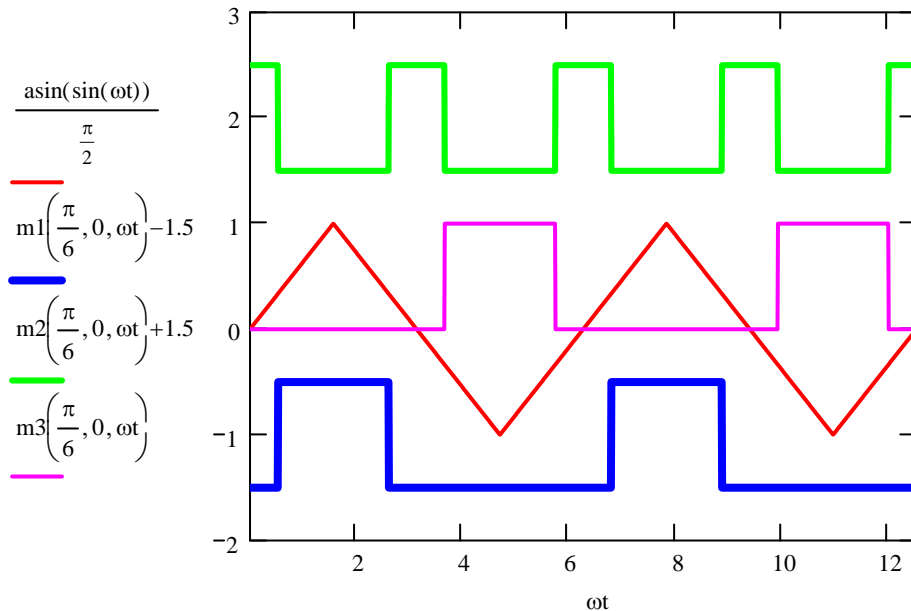
$$V_{C0} = V_{dc}(m_{c1} - m_{c3})$$

Para facilitar la obtención de las gráficas mostradas se definen las funciones m_1 , m_2 y m_3 siguiendo las condiciones ya mencionadas. Se añade un valor ψ de retraso con respecto al origen para obtener diferentes señales de control para cada fase (para un sistema trifásico ψ valdrá 0 , $2\pi/3$ y $4\pi/3$). Además se añade un ángulo α para poder controlar el tiempo que el conmutador se encuentra conectado al punto medio de la tensión, $\alpha=\pi/6$ indica que de los π radianes que puede estar conectado a V_{cc} se encuentra $\pi/3$ (multiplicado por 2) conectado al punto medio de la alimentación

$$m_1(\alpha, \psi, \omega t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{sign}(\text{asin}(\sin(\omega t + \psi)) - \alpha) \\ A \leftarrow 0 \text{ if } A < 0 \end{cases}$$

$$m_3(\alpha, \psi, \omega t) := m_1(\alpha, \psi + \pi, \omega t)$$

$$m_2(\alpha, \psi, \omega t) := 1 - m_1(\alpha, \psi, \omega t) - m_3(\alpha, \psi, \omega t)$$



Introduciendo el desfase para a,b y c se obtienen las secuencias de disparo para cada transistor en un sistema trifásico

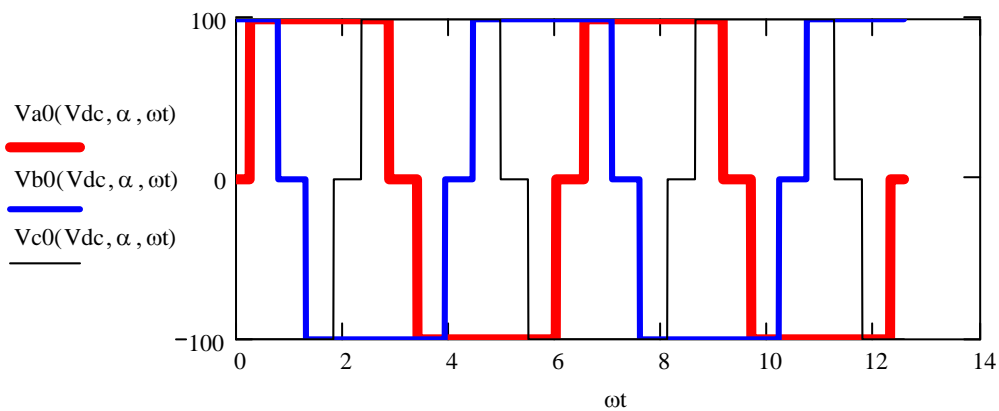
$$\begin{aligned}
 ma1(\omega t, \alpha) &:= m1(\alpha, 0, \omega t) & mb1(\omega t, \alpha) &:= m1\left(\alpha, \frac{2 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) & mc1(\omega t, \alpha) &:= m1\left(\alpha, \frac{4 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) \\
 ma2(\omega t, \alpha) &:= m2(\alpha, 0, \omega t) & mb2(\omega t, \alpha) &:= m2\left(\alpha, \frac{2 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) & mc2(\omega t, \alpha) &:= m2\left(\alpha, \frac{4 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) \\
 ma3(\omega t, \alpha) &:= m3(\alpha, 0, \omega t) & mb3(\omega t, \alpha) &:= m3\left(\alpha, \frac{2 \cdot \pi}{3}, \omega t\right) & mc3(\omega t, \alpha) &:= m3\left(\alpha, \frac{4 \cdot \pi}{3}, \omega t\right)
 \end{aligned}$$

$$Va0(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{dc} \cdot (ma1(\omega t, \alpha) - ma3(\omega t, \alpha))$$

$$Vb0(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{dc} \cdot (mb1(\omega t, \alpha) - mb3(\omega t, \alpha))$$

$$Vc0(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{dc} \cdot (mc1(\omega t, \alpha) - mc3(\omega t, \alpha))$$

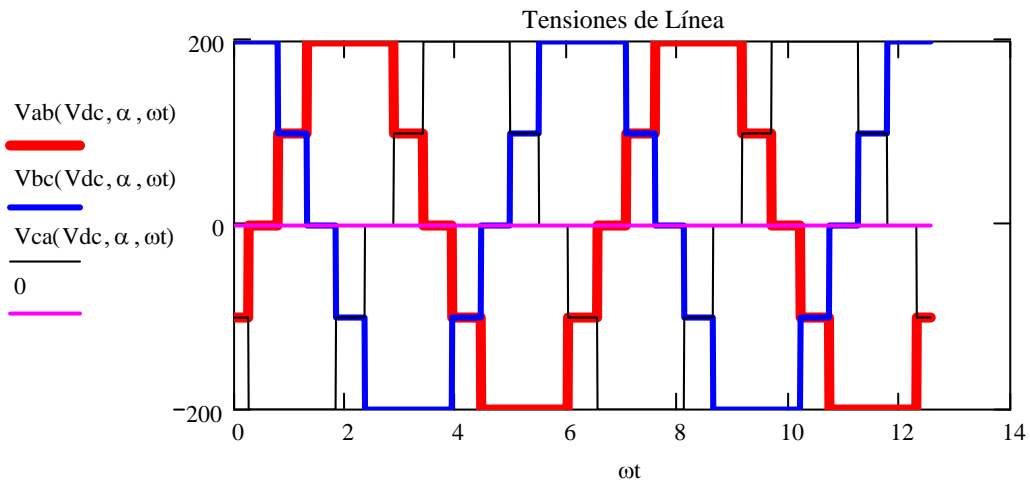
$$V_{dc} := 100 \quad \alpha := \frac{\pi}{12}$$



$$V_{ab}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := Va0(V_{dc}, \alpha, \omega t) - Vb0(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$

$$V_{bc}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := Vb0(V_{dc}, \alpha, \omega t) - Vc0(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$

$$V_{ca}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := Vc0(V_{dc}, \alpha, \omega t) - Va0(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$



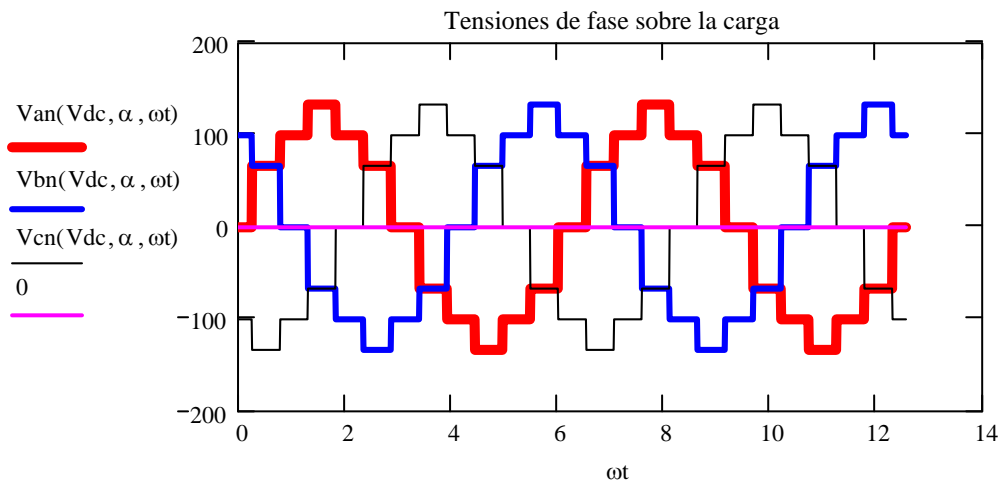
De igual forma que se hizo con los inversores de dos niveles se puede obtener el valor de la tensión con respecto a punto medio de la carga (si está conectada en estrella y es equilibrada)

$$V_{no}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := \frac{V_{a0}(V_{dc}, \alpha, \omega t) + V_{b0}(V_{dc}, \alpha, \omega t) + V_{c0}(V_{dc}, \alpha, \omega t)}{3}$$

$$V_{an}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{a0}(V_{dc}, \alpha, \omega t) - V_{no}(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$

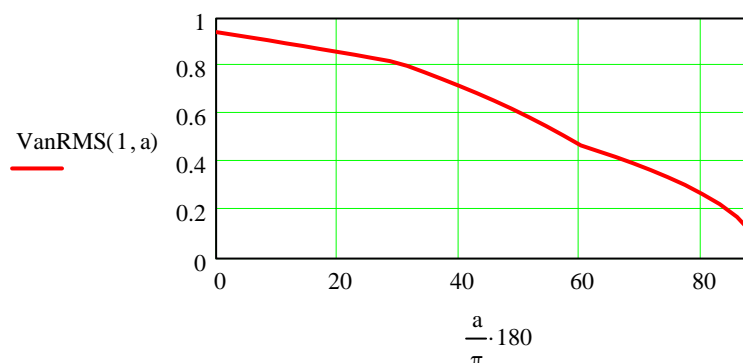
$$V_{bn}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{b0}(V_{dc}, \alpha, \omega t) - V_{no}(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$

$$V_{cn}(V_{dc}, \alpha, \omega t) := V_{c0}(V_{dc}, \alpha, \omega t) - V_{no}(V_{dc}, \alpha, \omega t)$$



Podemos calcular el valor RMS en función del ángulo α y comprobar como se ha introducido un elemento de control.

$$V_{anRMS}(V_{dc}, \alpha) := \left(\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} V_{an}(V_{dc}, \alpha, \omega t)^2 d\omega t \right)^{.5} \quad a := 0, 0.05 \dots \frac{\pi}{2}$$

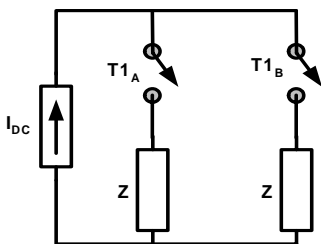


Inversores alimentados en corriente

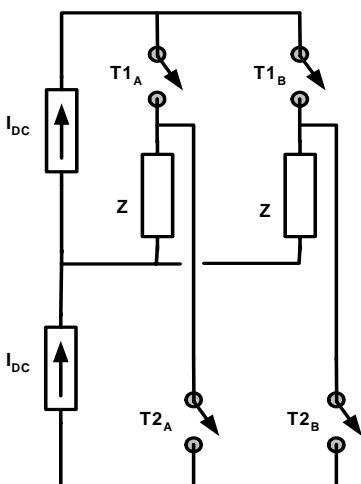
Todos los inversores vistos hasta el momento están alimentados en su parte de continua por una fuente de tensión. Si embargo la fuente de continua también puede ser una fuente de corriente, como consecuencia (por ejemplo) de la utilización de un filtro por bobina de elevado valor. En estas condiciones el funcionamiento de un inversor es muy diferente. Aunque la mayor parte de los inversores funcionan en modo tensión podemos encontrar algún inversor de este tipo alimentando motores o conectado a la red.

Para asegurar un control total sobre la circulación de la corriente los interruptores serán unidireccionales. En caso de tener incluido el diodo en antiparalelo (como los MOSFET) deberá conectarse un diodo en serie que imposibilite la conducción de corriente por el interruptor en más de un sentido. Este tipo de funcionamiento está asegurado con los tiristores y con algunos IGBT's que están siendo diseñados para soportar tensión.

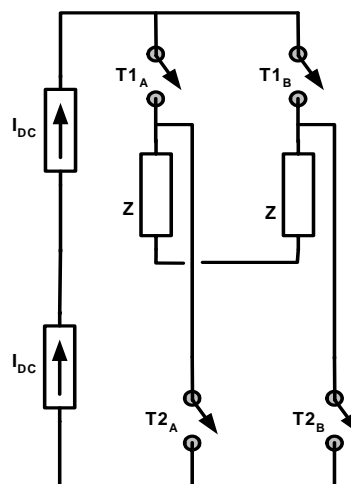
Si una "celda" elemental de un inversor alimentado en tensión era un medio puente. La "celda" elemental de un inversor alimentado en corriente serán transistores conectados entre la fuente y la carga de manera que nunca puedan estar los dos abiertos. Es fácil comprobar en la figura que en caso de que ambos transistores estén abiertos se produciría una sobretensión y destruiría los componentes. Eso sí, pueden estar los dos cerrados a la vez sin ningún problema.



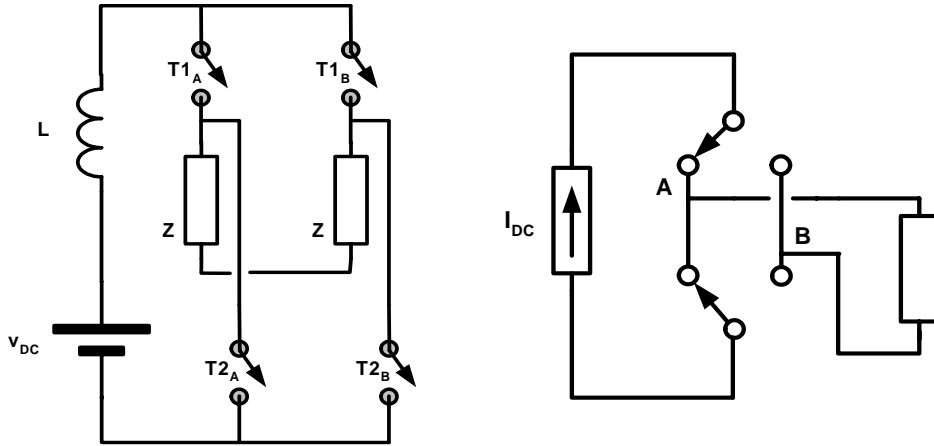
Utilizando dos "celdas" como la mostrada se puede obtener un inversor alimentado en corriente de onda completa.



Si las dos corrientes son exactamente iguales puede eliminarse la conexión al punto medio, incluso sustituir las dos fuentes por una sola.

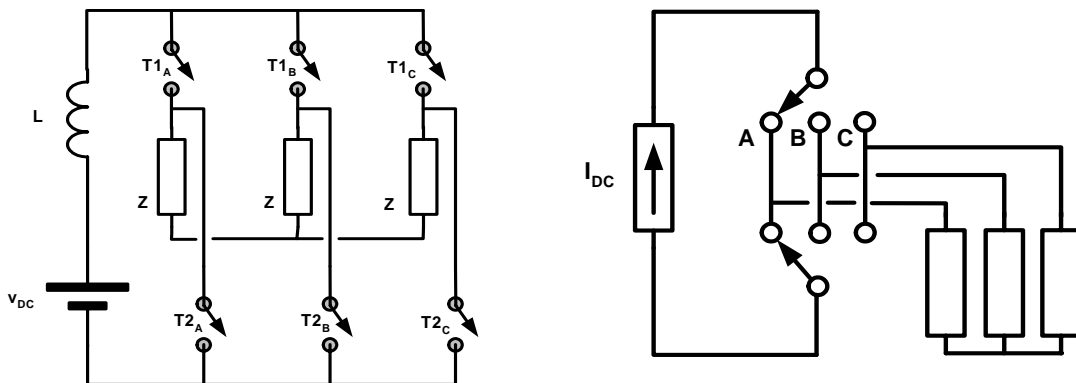


La fuente de corriente en muchas ocasiones estará formada por una fuente de tensión continua con una inductancia de filtro muy elevada.



Como muestra la figura de la parte superior derecha, se puede interpretar el funcionamiento de este tipo de inversores como un conmutador de corriente. Donde la fuente de corriente puede contocircuitarse sobre si misma, o pasar en cualquier de los sentidos por la carga. La forma de corriente sería análoga a la de tensión obtenida en un puente completo.

Añadiendo una rama más se puede obtener un inversor trifásico de forma sencilla.



Sólo uno de los interruptores T1x podrá estar cerrado a la vez y de igual forma solo uno de los transistores T2x podrá también estar cerrado a la vez, como indica el esquema de la derecha. En estas condiciones las formas de corriente sobre una carga en estrella serán similares a las de tensión en una carga en triángulo y las formas de corriente en una carga en triángulo serán similares a las de tensión con una carga en estrella.