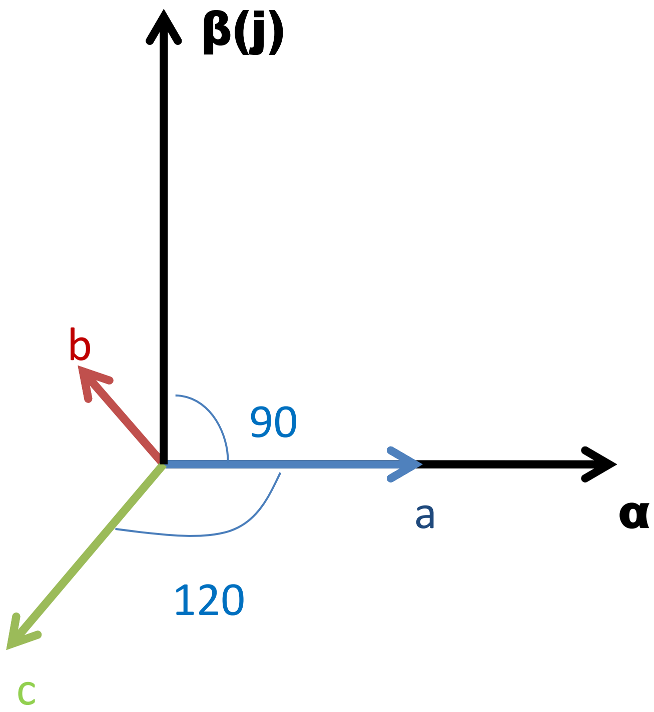
Control inversores trifásicos

Transformadas

Control inversores trifásicos

- **Transformada αβ**
- Space Vector Modulation (SVPWM)
- Controladores basados en SVPWM
- Ejes de referencia rotatorios
  - Transformada de Park
  - Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

Obtención de la transformada **αβ**



$$\beta = b \cdot sen(120) + c \cdot sen(-120)$$

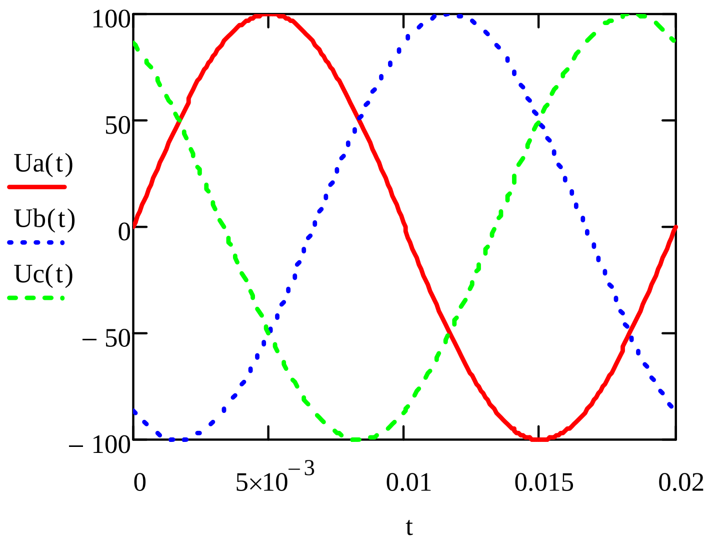
$$\alpha = a + b \cdot \cos(120) + c \cdot \cos(-120)$$

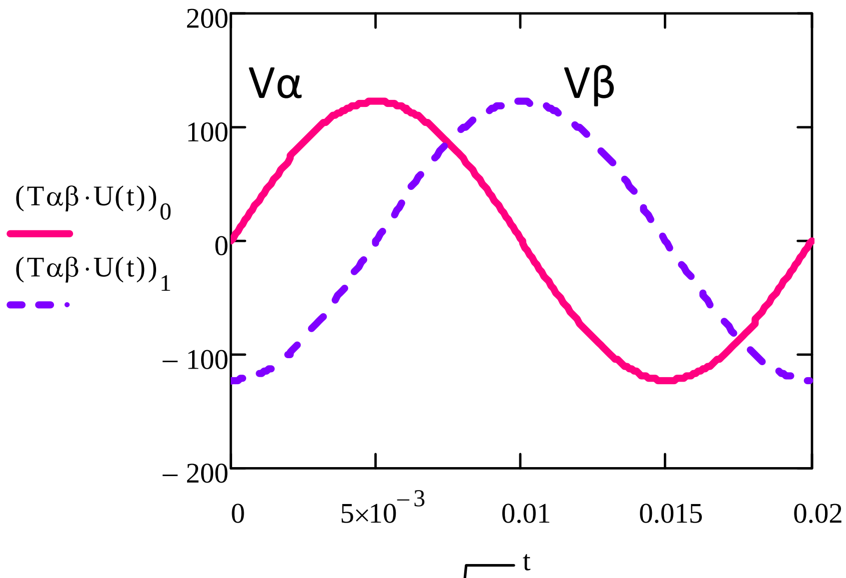
$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Para que sea ortonormal

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Obtención de la transformada **αβ**





$$Ua(t) = Um \cdot sen(\omega \cdot t)$$

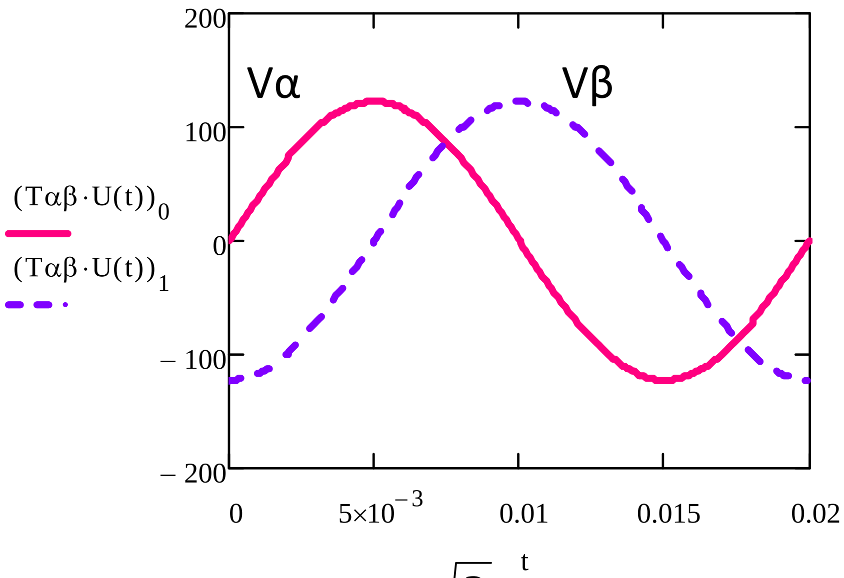
$$Ub(t) = Um \cdot sen(\omega \cdot t - 2\pi / 3)$$

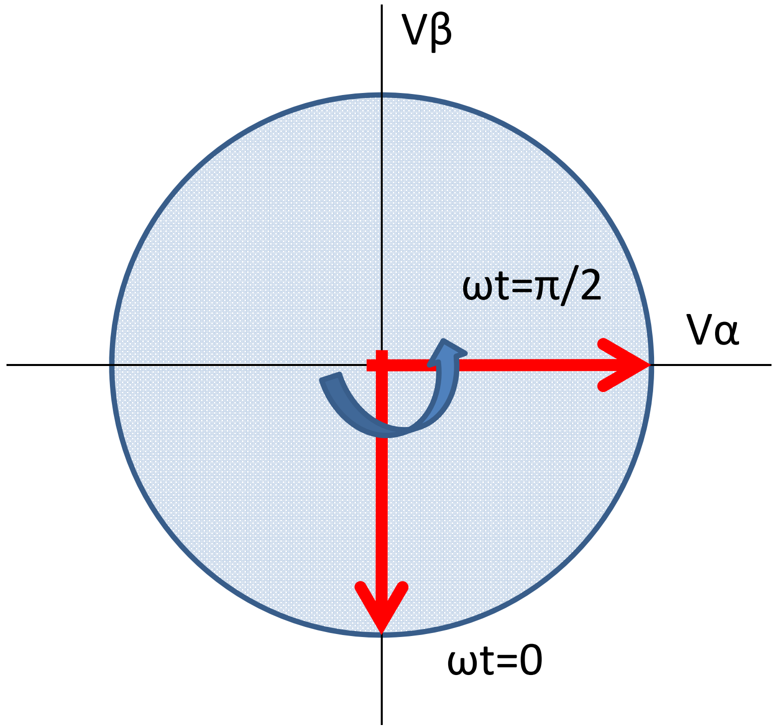
$$Uc(t) = Um \cdot sen(\omega \cdot t + 2\pi / 3)$$

$$V\alpha(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} Um \cdot sen(\omega \cdot t)$$

$$V\beta(t) = -\sqrt{\frac{3}{2}} Um \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Obtención de la transformada **αβ**





$$V\alpha(t)=\sqrt{\frac{3}{2}}Um\cdot sen(\omega\cdot t)$$

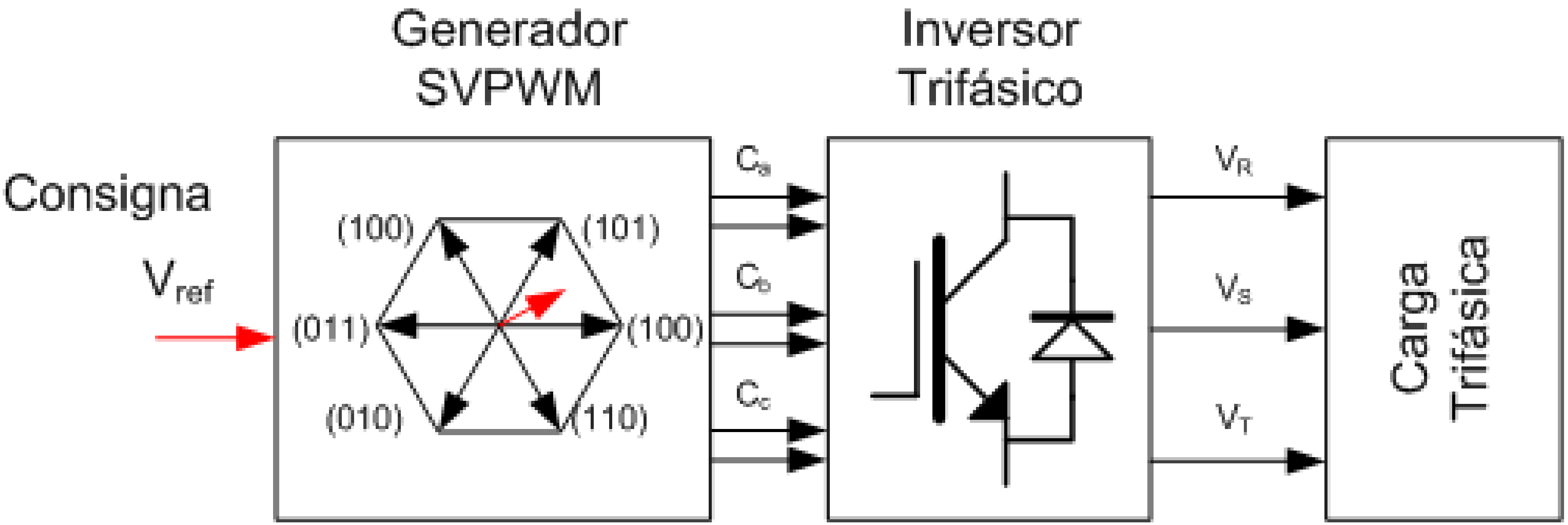
$$V\beta(t)=-\sqrt{\frac{3}{2}}Um\cdot \cos(\omega\cdot t)$$

Un sistema trifásico equilibrado de amplitud Um, es un vector de amplitud (3/2)^0,5*Um en el plano αβ que gira a una velocidad ω.

Control inversores trifásicos

- Transformada αβ
- **Space Vector Modulation (SVPWM)**
- Controladores basados en SVPWM
- Ejes de referencia rotatorios
  - Transformada de Park
  - Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

Space Vector Modulation

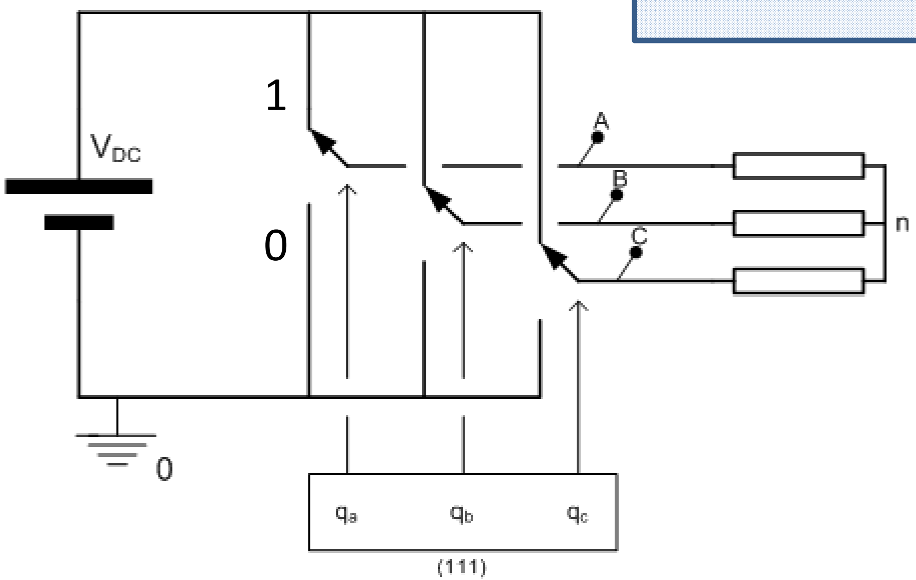


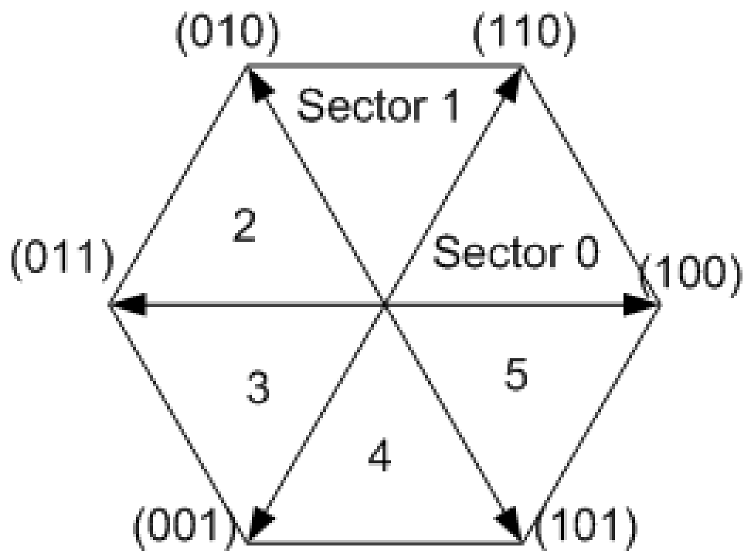
Space Vector Modulation

Transformada en formato "vectorial"

$$V_{\alpha\beta} = (V_{a0} \cdot e^{j0} + V_{b0} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{c0} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$V_{a0}=V_{b0}=V_{c0}=V_{DC}$

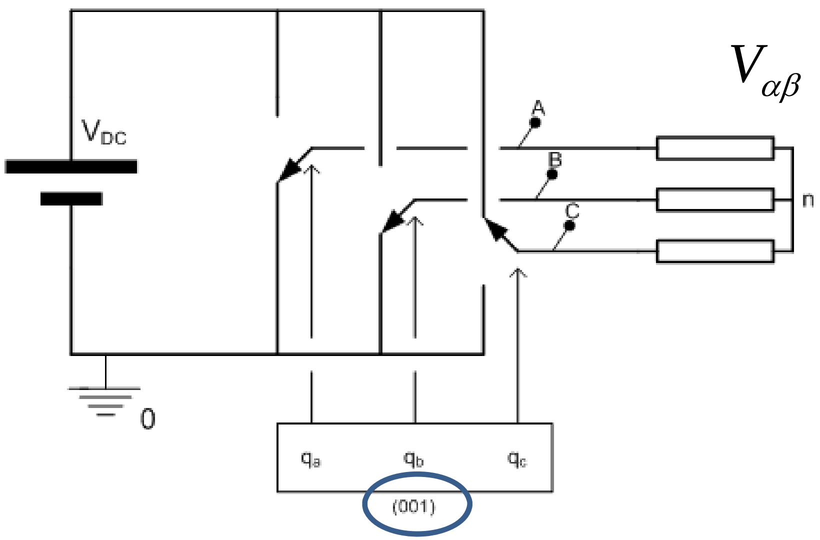




$$U(qa, qb, qc, Vdc) := Vdc \cdot \begin{pmatrix} qa \\ qb \\ qc \end{pmatrix}$$

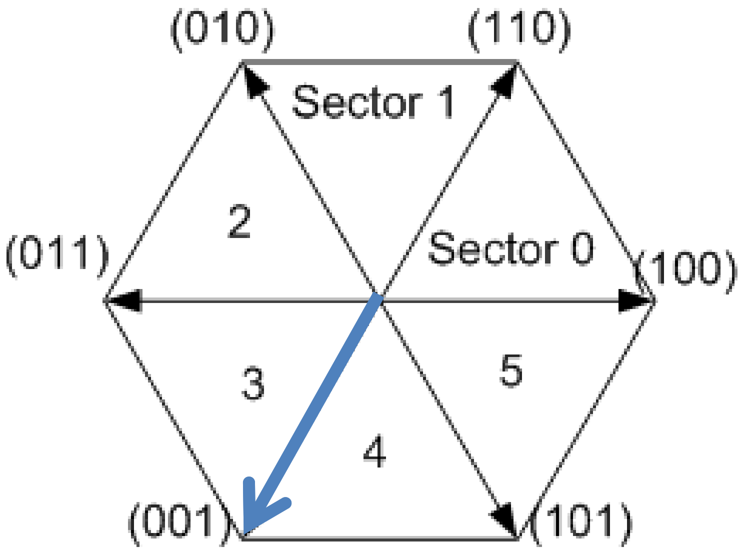
"q" puede valer 0 ó 1

Space Vector Modulation



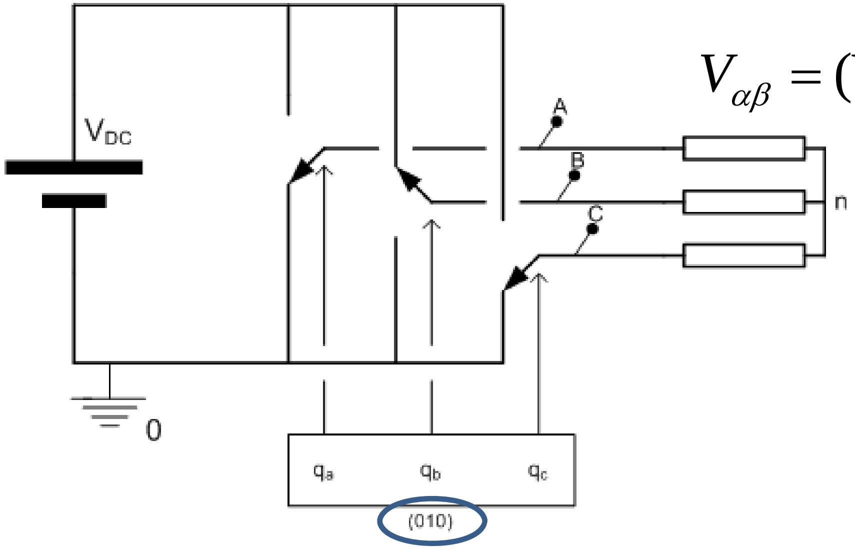
$$V_{\alpha\beta} = (V_{a0} \cdot e^{j0} + V_{b0} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{c0} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$V_{a0}=0$
$V_{b0}=0$
$V_{c0}=V_{DC}$

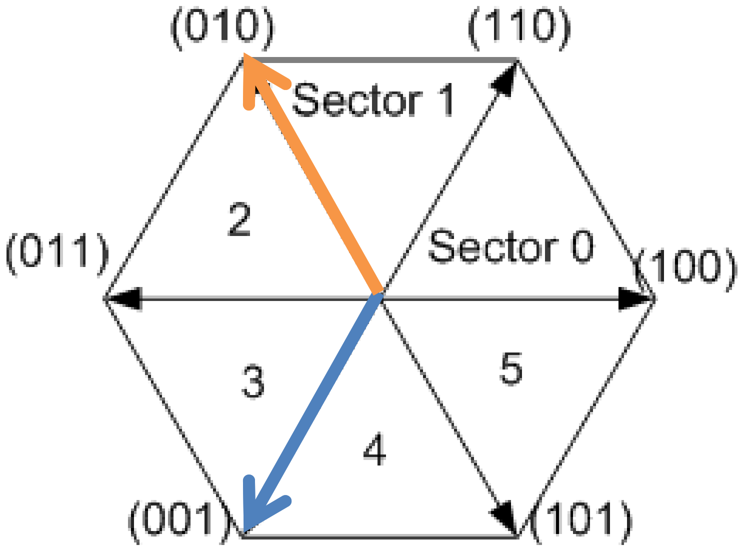


$$\left| V_{DC} \sqrt{\frac{2}{3}} \right| \langle -120^\circ \rangle$$

Space Vector Modulation



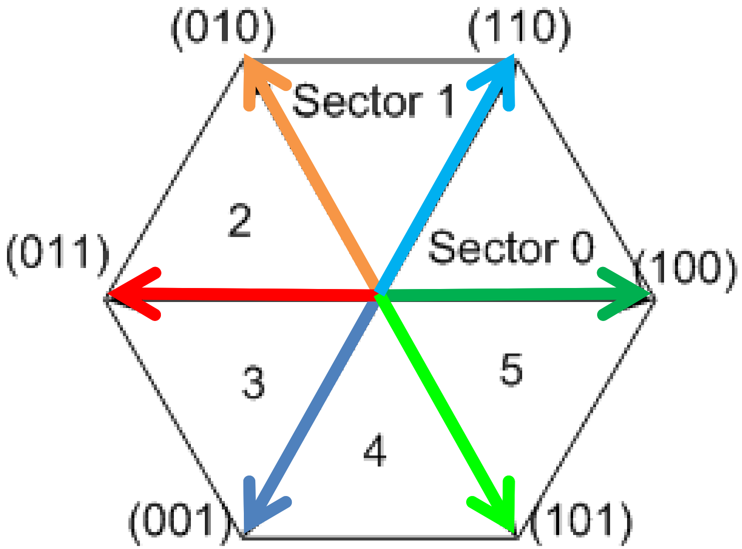
$$V_{\alpha\beta} = (V_{a0} \cdot e^{j0} + V_{b0} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{c0} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$



$V_{a0}=0$
$V_{b0}=V_{DC}$
$V_{c0}=0$

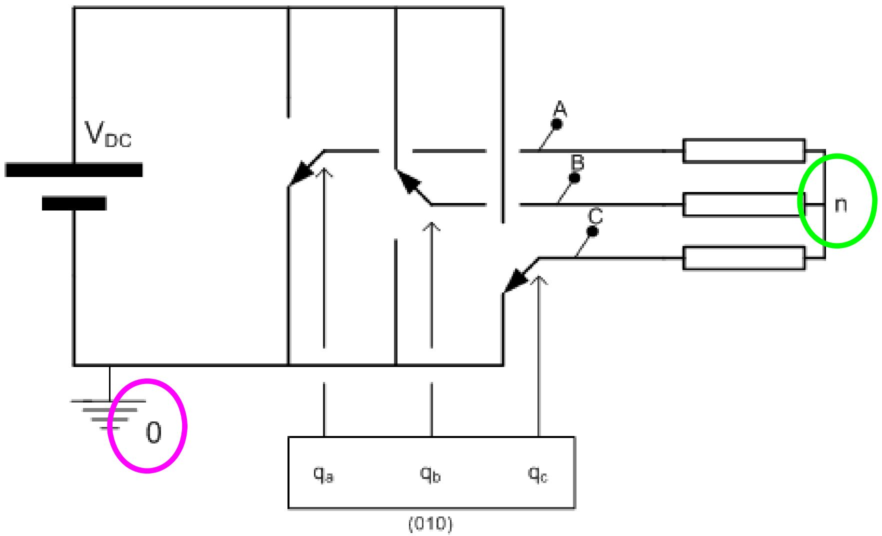
$$\left| V_{DC} \sqrt{\frac{2}{3}} \right| \langle 120^\circ \rangle$$

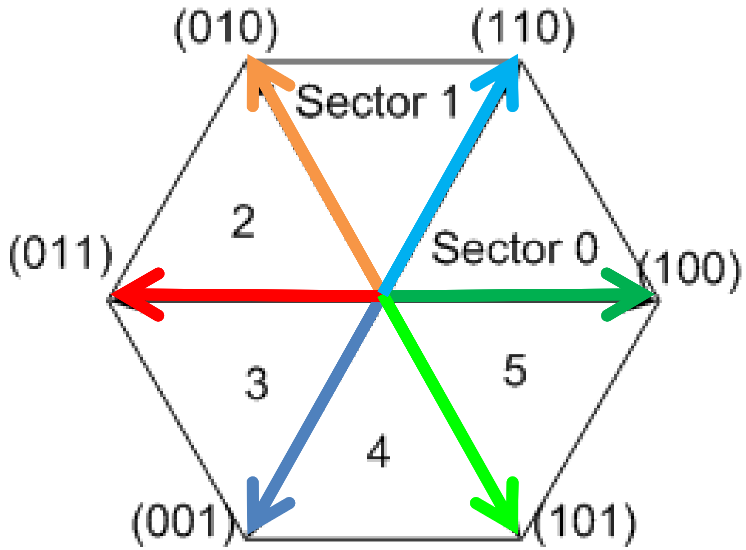
Space Vector Modulation



Q(a,b,c)	Vector ($V_{\alpha\beta}$)
000	0
001	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;-120°
010	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;120°
011	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;180°
100	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;0°
101	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;-60°
110	$V_{DC}\sqrt{2/3}$;60°
111	0

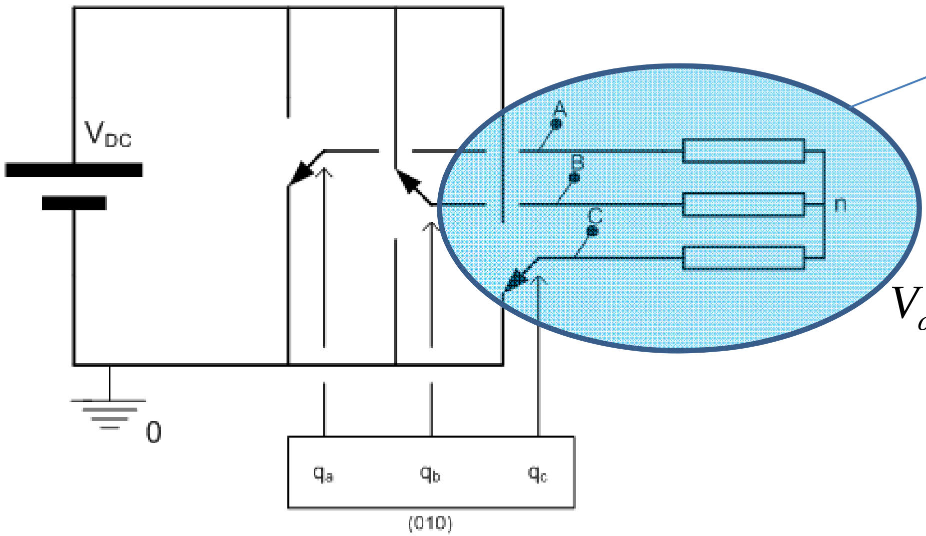
Space Vector Modulation





Hemos calculado los vectores correspondientes a la transformada αβ de las tensiones respecto al punto "0". Interesa calcular la transformada de las tensiones Van, Vbn, Vcn, es decir respecto al neutro.

Space Vector Modulation



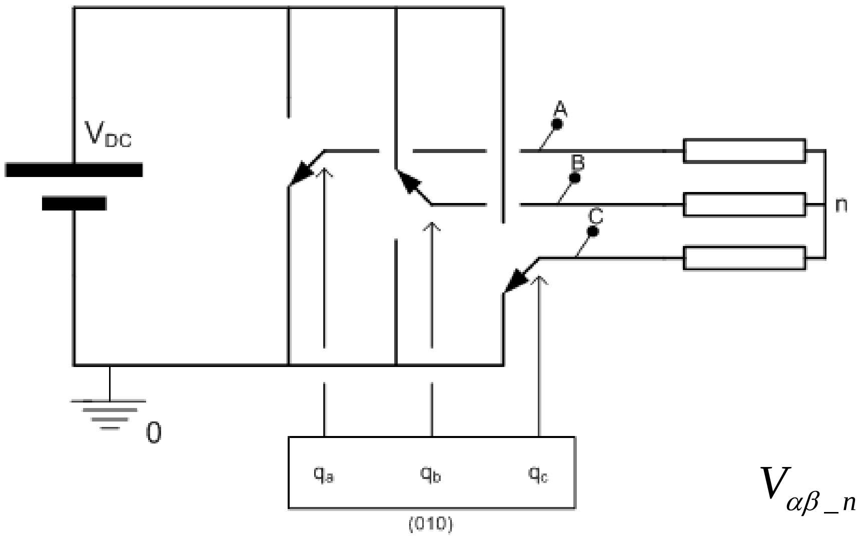
$$V_{A0} = V_{AN} + V_{N0}$$
$$V_{B0} = V_{BN} + V_{N0}$$
$$V_{C0} = V_{CN} + V_{N0}$$

$$V_{\alpha\beta\_o} = (V_{a0} \cdot e^{j0} + V_{b0} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{c0} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$V_{AN} = V_{A0} - V_{N0}$$
$$V_{BN} = V_{B0} - V_{N0}$$
$$V_{Cn} = V_{C0} - V_{N0}$$

$$V_{\alpha\beta\_n} = (V_{an} \cdot e^{j0} + V_{bn} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{cn} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Space Vector Modulation

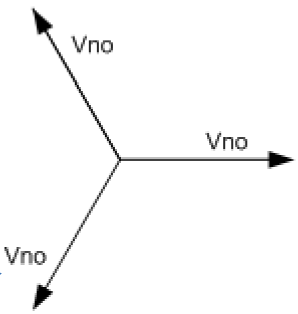


$$V_{AN} = V_{A0} - V_{N0}$$
$$V_{BN} = V_{B0} - V_{N0}$$
$$V_{Cn} = V_{C0} - V_{N0}$$

$$V_{\alpha\beta\_n} = (V_{an} \cdot e^{j0} + V_{bn} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{cn} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

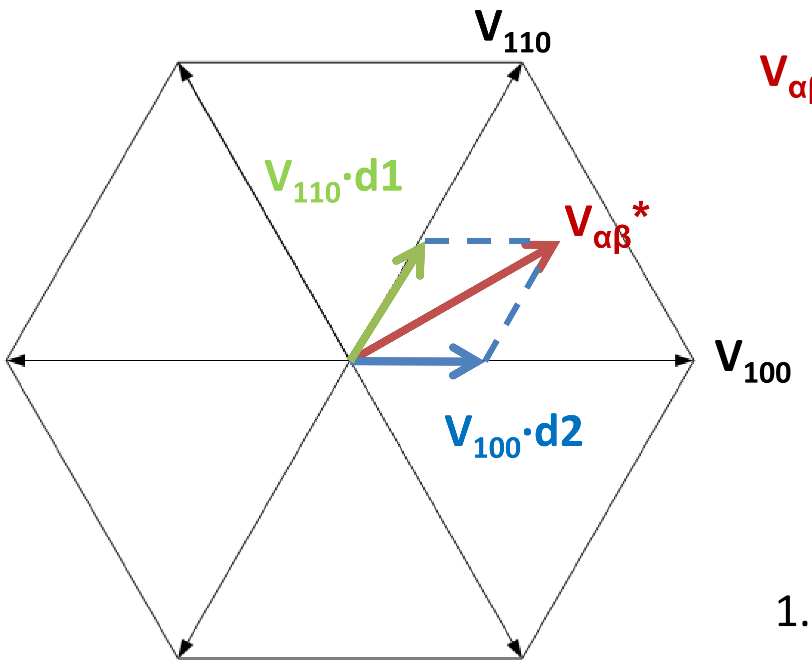
$$V_{\alpha\beta\_n} = ((V_{ao} - V_{no}) \cdot e^{j0} + V_{bn} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{cn} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$V_{\alpha\beta\_n} = V_{\alpha\beta\_0} - (V_{no} \cdot e^{j0} + V_{no} \cdot e^{j2\pi/3} + V_{no} \cdot e^{-j2\pi/3})\sqrt{\frac{2}{3}}$$



$$\boxed{V_{\alpha\beta\_n} = V_{\alpha\beta\_0}}$$

Space Vector Modulation



V2

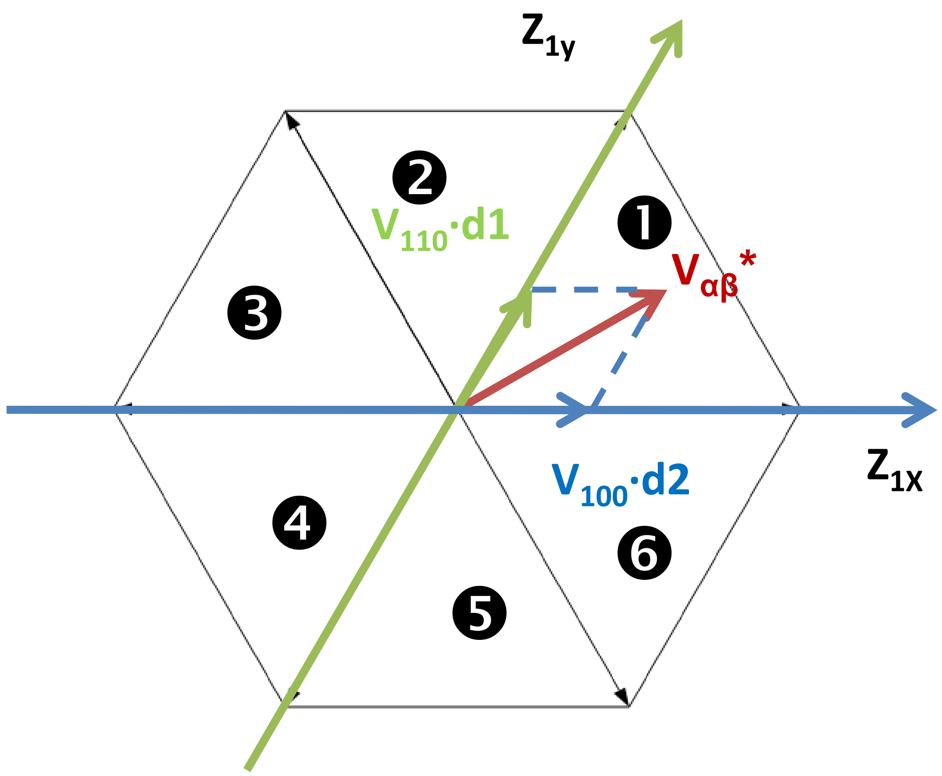
V1

$$V_{\alpha\beta}^* = \overset{V1}{V_{110}\cdot d1} + \overset{V2}{V_{100}\cdot d2} + \begin{matrix} V_{000}\cdot d3/2 \\ V_{111}\cdot d3/2 \end{matrix}$$

Vectores nulos, se elige el que menos conmutaciones requiera

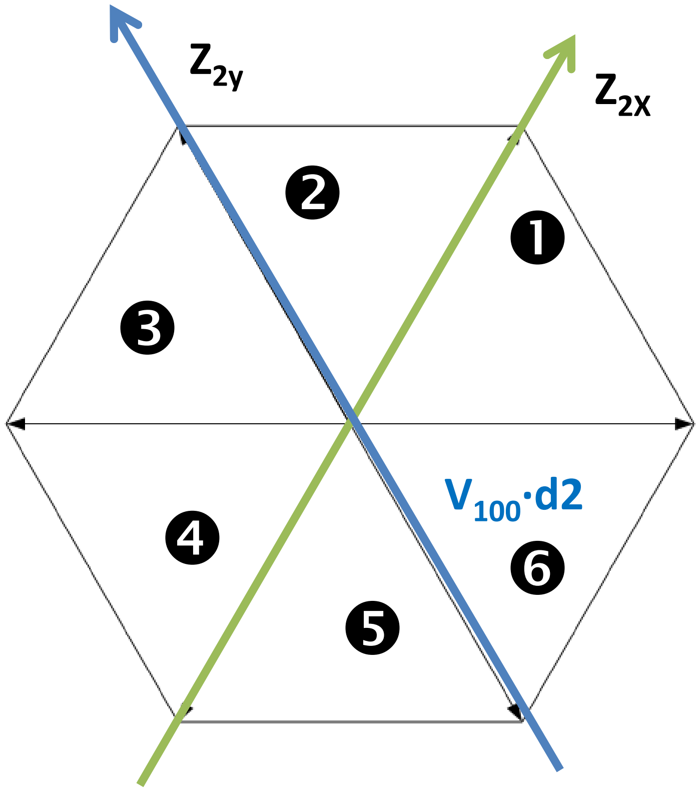
1. Se utilizan los vectores más próximos, para ello se necesita conocer el "sector"
2. Se obtiene el valor de V_1 y V_2
3. Se calculan los tiempos

Space Vector Modulation



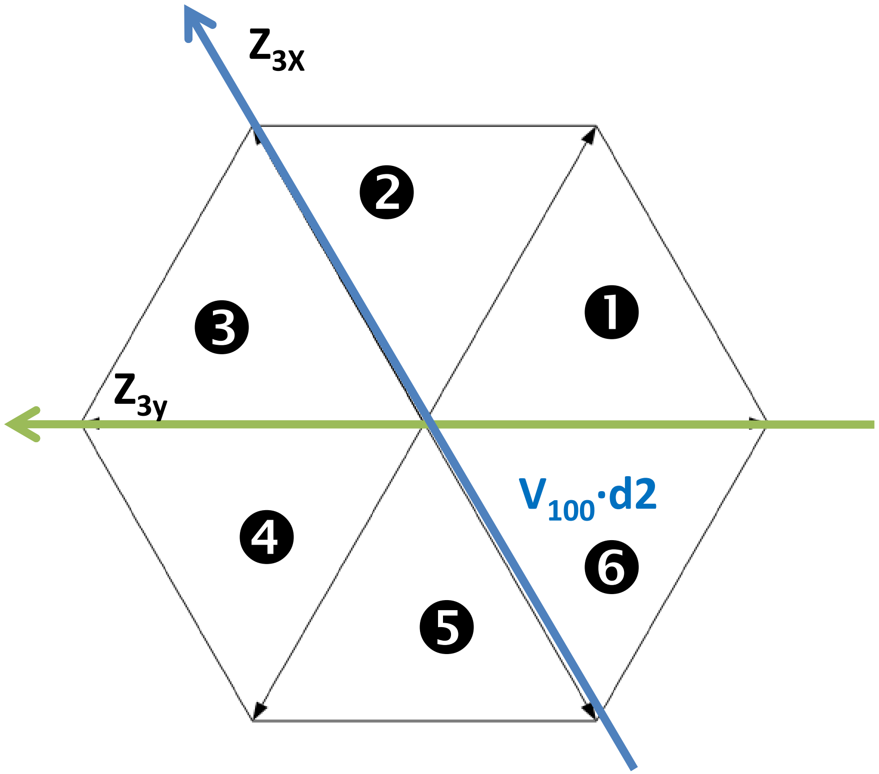
1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{1X}}$ y $\mathbf{Z_{1y}}$ podremos determinar si está en (1) ó (4)

Space Vector Modulation



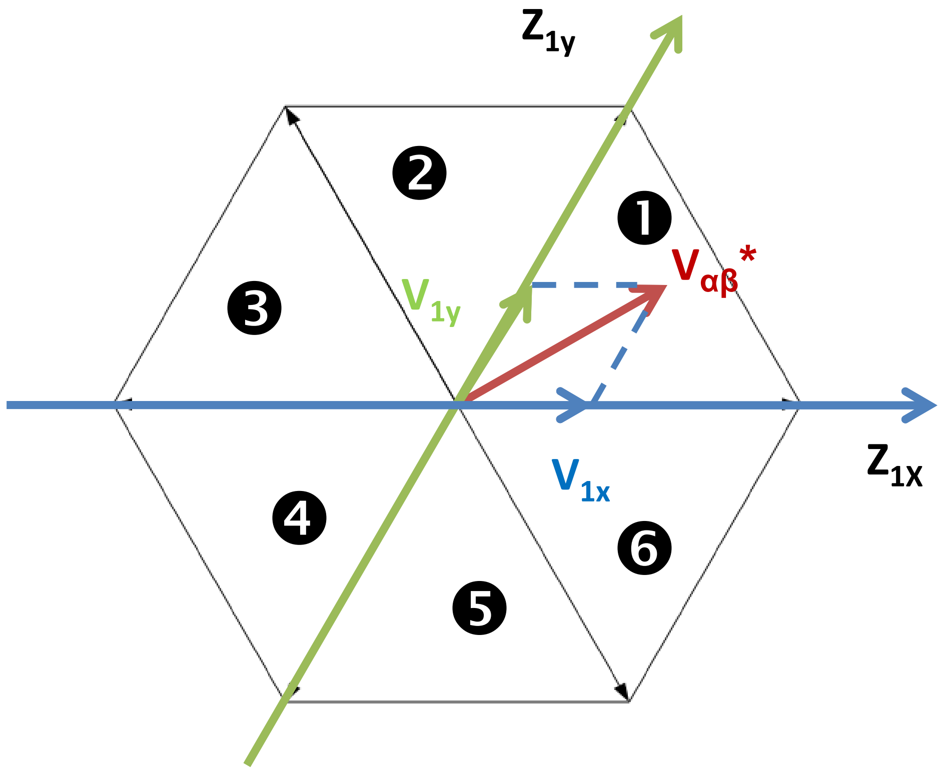
1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{1X}}$ y $\mathbf{Z_{1y}}$ podremos determinar si está en (1) ó (4)
2. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{2X}}$ y $\mathbf{Z_{2y}}$ podremos determinar si está en (2) ó (5)

Space Vector Modulation



1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{1X}}$ y $\mathbf{Z_{1y}}$ podremos determinar si está en (1) ó (4)
2. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{2X}}$ y $\mathbf{Z_{2y}}$ podremos determinar si está en (2) ó (5)
3. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{3X}}$ y $\mathbf{Z_{3y}}$ podremos determinar si está en (3) ó (6)

Space Vector Modulation



1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes $\mathbf{Z_{1X}}$ y $\mathbf{Z_{1y}}$ podremos determinar si está en (1) ó (4)

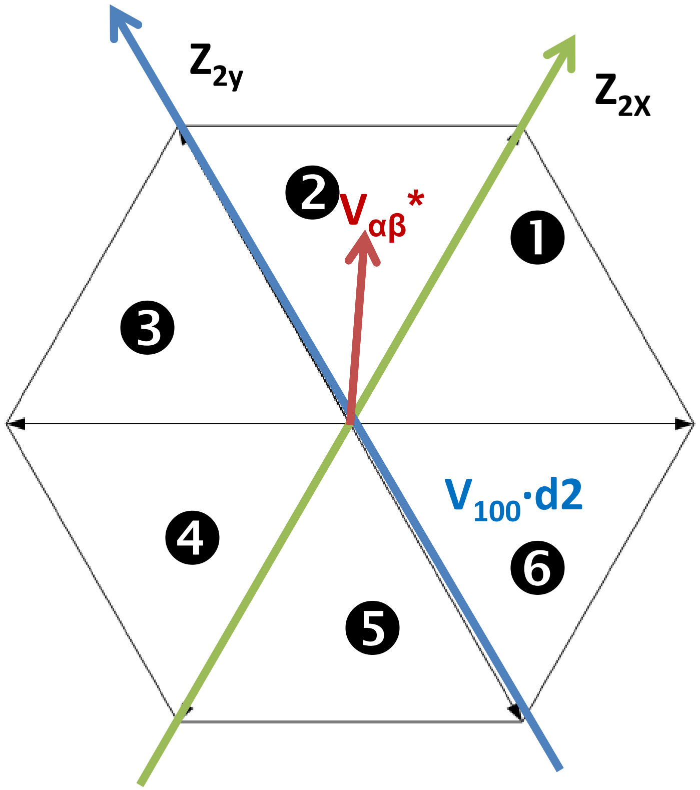
$$V_{\alpha\beta} = V_{1x} \cdot \cos(0) + V_{1y} \cdot \cos(60) + jV_{1y} \cdot sen(60)$$

$$V_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} V_{1x} & V_{1y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} V_{1x} & V_{1y} \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\sqrt{3} & 2/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1x} & V_{1y} \end{bmatrix}$$

Space Vector Modulation



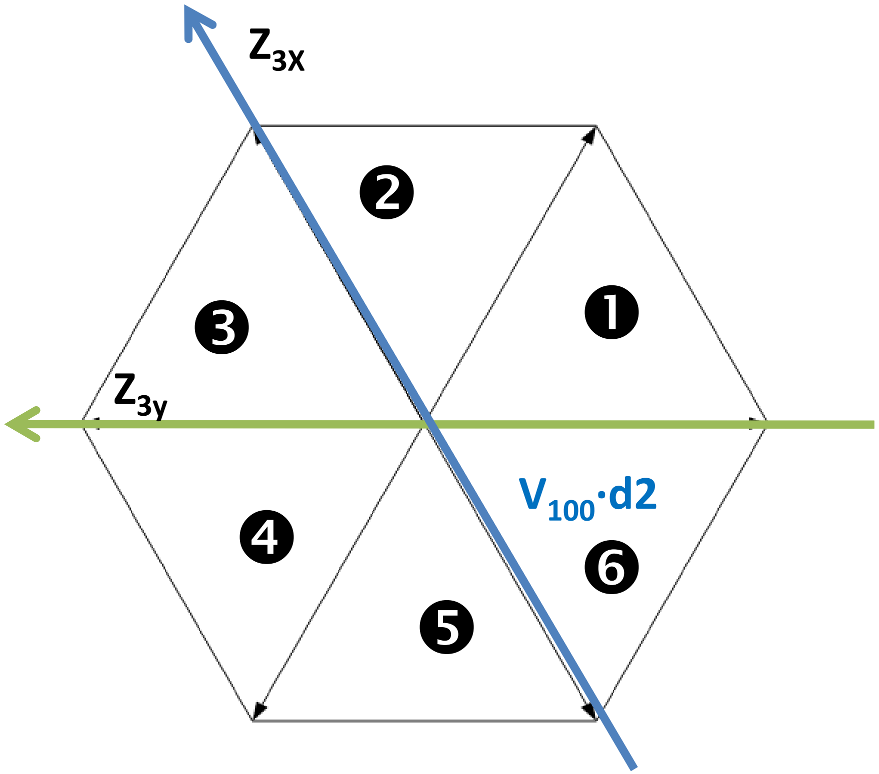
1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes **Z_{2X}** y **Z_{2y}** podremos determinar si está en (2) ó (5)

$$V_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} V_{2x} & V_{2y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{2x} & V_{2y} \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} = V_{2x} \cdot \cos(60) + jV_{2x} \cdot sen(60) + V_{2y} \cdot \cos(120) + jV_{2y} \cdot sen(120)$$

Space Vector Modulation



1. Conociendo las proyecciones del vector Vαβ sobre los ejes **Z_{3X}** y **Z_{3y}** podremos determinar si está en (3) ó (6)

$$V_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} V_{3x} & V_{3y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{3x} & V_{3y} \end{bmatrix}$$

Space Vector Modulation

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/\sqrt{3} & 2/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1x} & V_{1y} \end{bmatrix}$$

$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{2x} & V_{2y} \end{bmatrix}$$

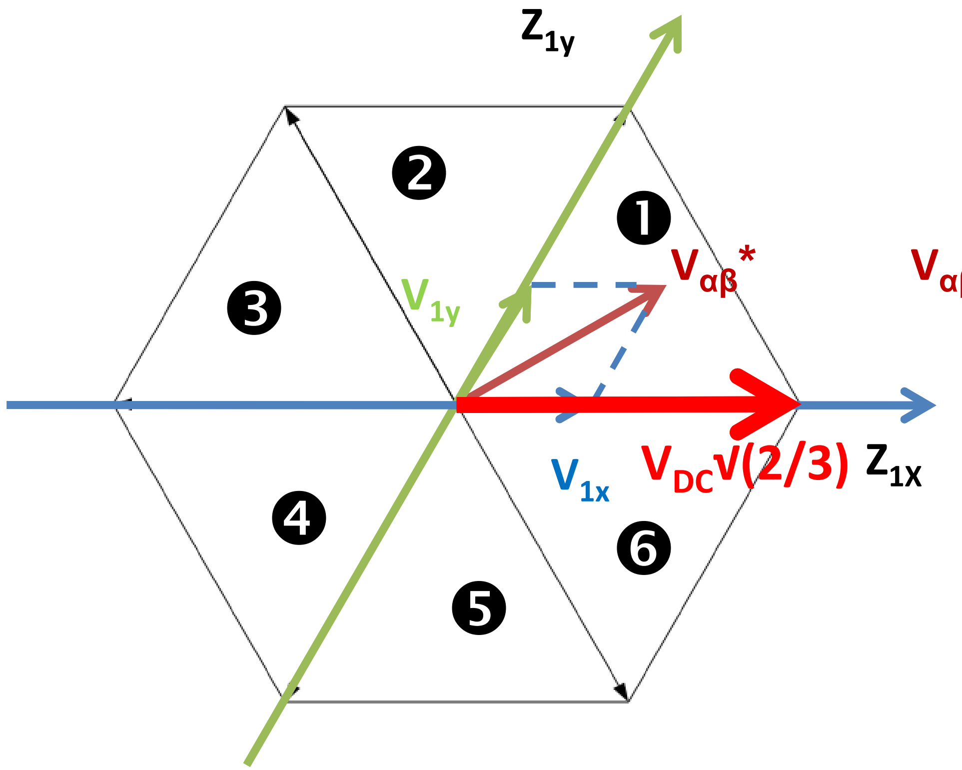
$$V_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{3x} & V_{3y} \end{bmatrix}$$

Programa para realizar el menor número de operaciones posibles

```
Vxy(Vα, Vβ) := | tmp ← Vβ / SQRT3
               | Vx1 ← Vα − tmp
               | Vy1 ← 2·tmp
               | Vx2 ← Vα + tmp
               | Vy2 ← −Vx1
               | Vx3 ← Vy1
               | Vy3 ← −Vx2
               | if (Vx1·Vy1) ≥ 0
               |    | Dato_2 ← 1  if  Vx1 > 0
               |    | Dato_2 ← 4  otherwise
               |    | "los valores siempre serán positivos"
               |    | Dato_0 ← |Vx1|
               |    | Dato_1 ← |Vy1|
               | if (Vx2·Vy2) ≥ 0
               |    | Dato_2 ← 2  if  Vx2 > 0
               |    | Dato_2 ← 5  otherwise
               |    | "valores positivos"
               |    | Dato_0 ← |Vx2|
               |    | Dato_1 ← |Vy2|
               | if (Vx3·Vy3) ≥ 0
               |    | Dato_2 ← 3  if  Vx3 > 0
               |    | Dato_2 ← 6  otherwise
               |    | "valores positivos"
               |    | Dato_0 ← |Vx3|
               |    | Dato_1 ← |Vy3|
               | Dato
```

Código en MathCAD

Space Vector Modulation



Si conocemos el valor de Vx y Vy se pueden calcular los ciclos de trabajo.

$$V_{\alpha\beta}^{*} = V_{110}\cdot d1 + V_{100}\cdot d2 + \begin{matrix} V_{000}\cdot d3/2 \\ V_{111}\cdot d3/2 \end{matrix}$$

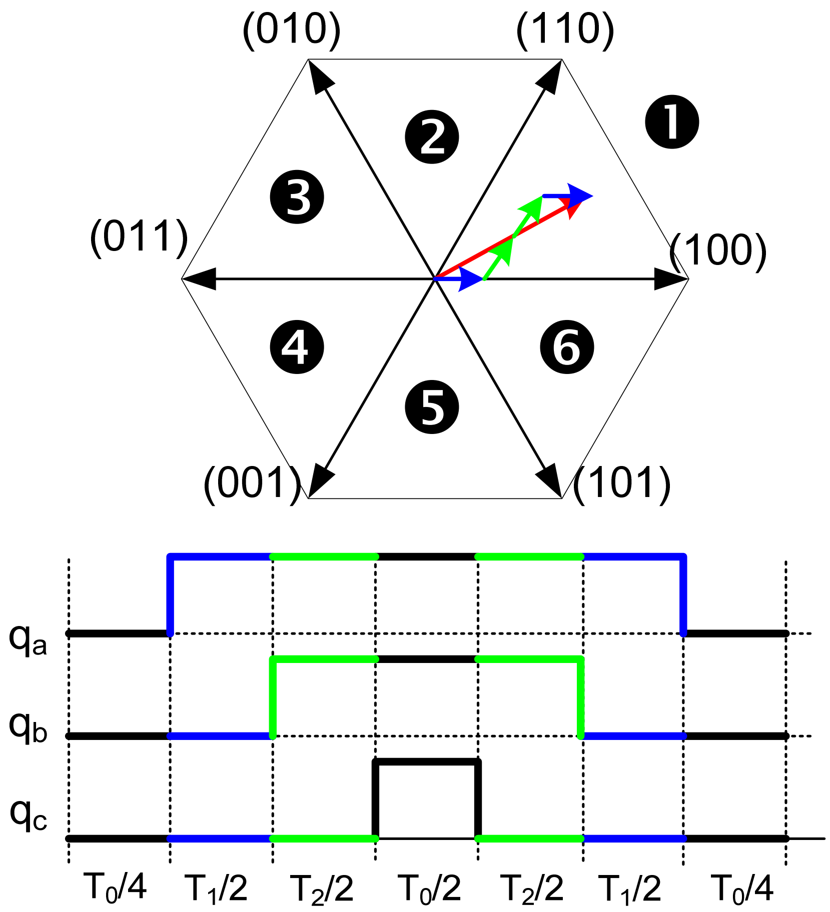
$$d_1 = \frac{V_{1x}}{|V_{110}|} = \frac{V_{1x}}{\left|V_{DC}\sqrt{2/3}\right|}$$

$$d_2 = \frac{V_{1y}}{|V_{100}|} = \frac{V_{1y}}{\left|V_{DC}\sqrt{2/3}\right|}$$

$$d_3 = 1 - d_1 - d_2$$

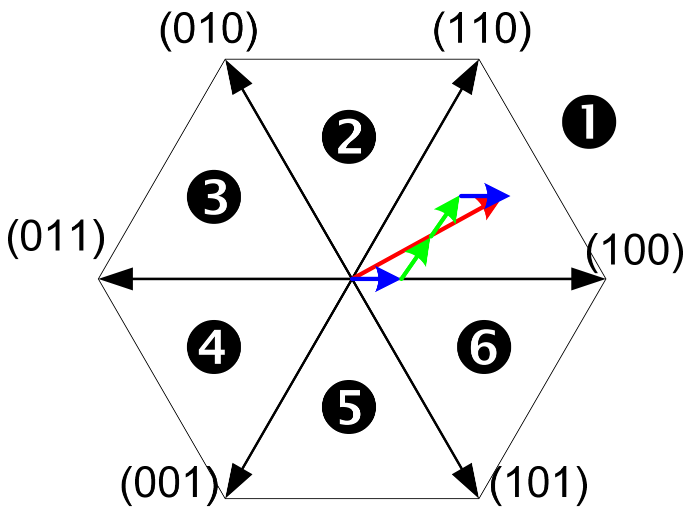
Se puede extender para todos los cuadrantes

Space Vector Modulation

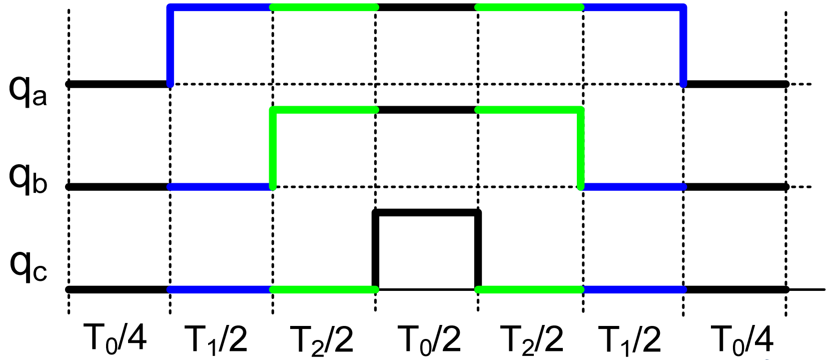


- Cada sector se ha numerado (1-6)
- Cada combinación de transistores también se ha numerado de igual forma:
  1. Q1 (100)
  2. Q2 (110)
  3. Q3 (010)
  4. Q4 (011)
  5. Q5 (001)
  6. Q6 (101)
  7. Q7 (111)
  8. Q0 (000)
- Se busca que solo cambie un polo de potencia a la vez, así minimizamos conmutaciones
- Esto llevará a que la secuencia de los sectores pares y los impares sea diferente

Space Vector Modulation

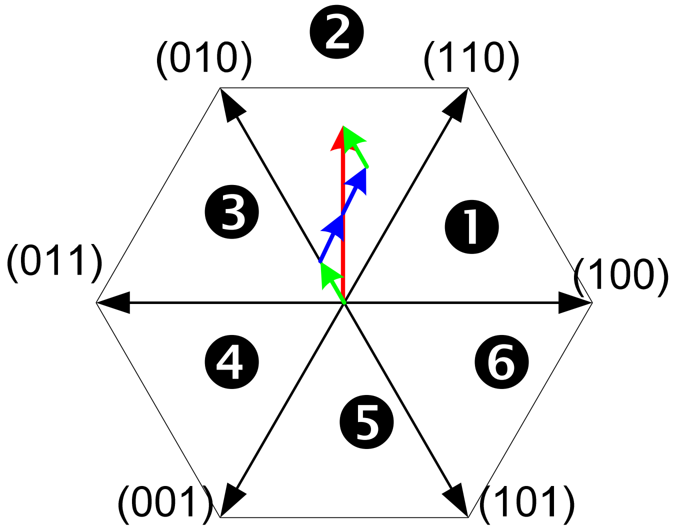


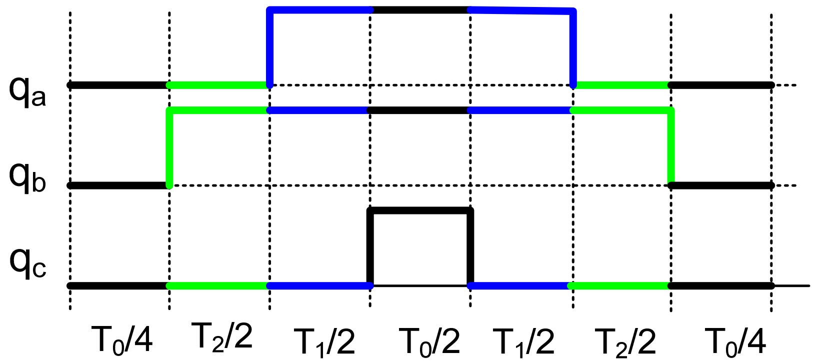
- Suma de todos los tiempos será el periodo de conmutación
- T1 corresponde a d_1
- T2 corresponde a d_2
- T0 corresponde a d_3



- El tiempo que las salidas deben estar con valor nulo se reparte entre los dos vectores “nulos” 000 y 111
- Empezamos siempre por 000 y en el centro utilizamos 111

Space Vector Modulation

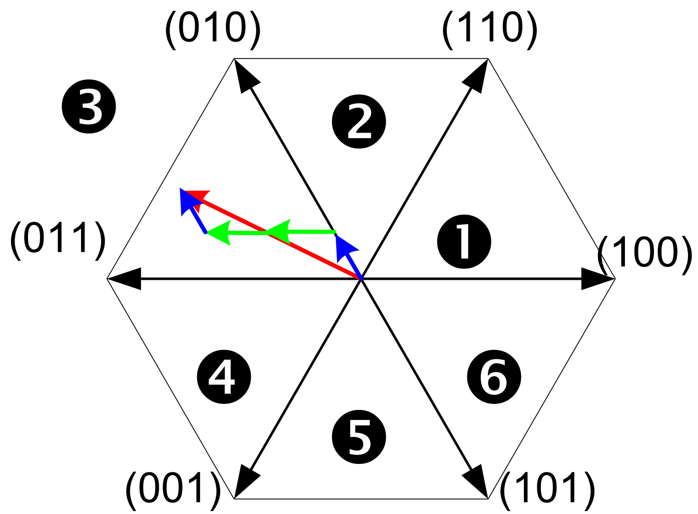


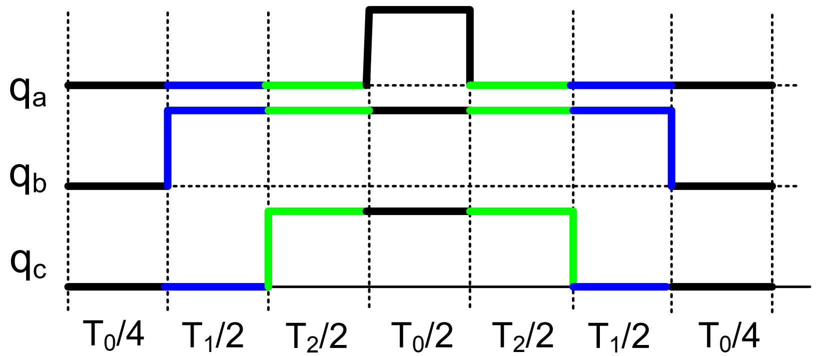


•Puedes comprobar como al trabajar en un sector “par” el orden de las conmutaciones se ha modificado

•Empezamos por $\mathbf{V_y}$ y continuamos por $\mathbf{V_x}$

Space Vector Modulation

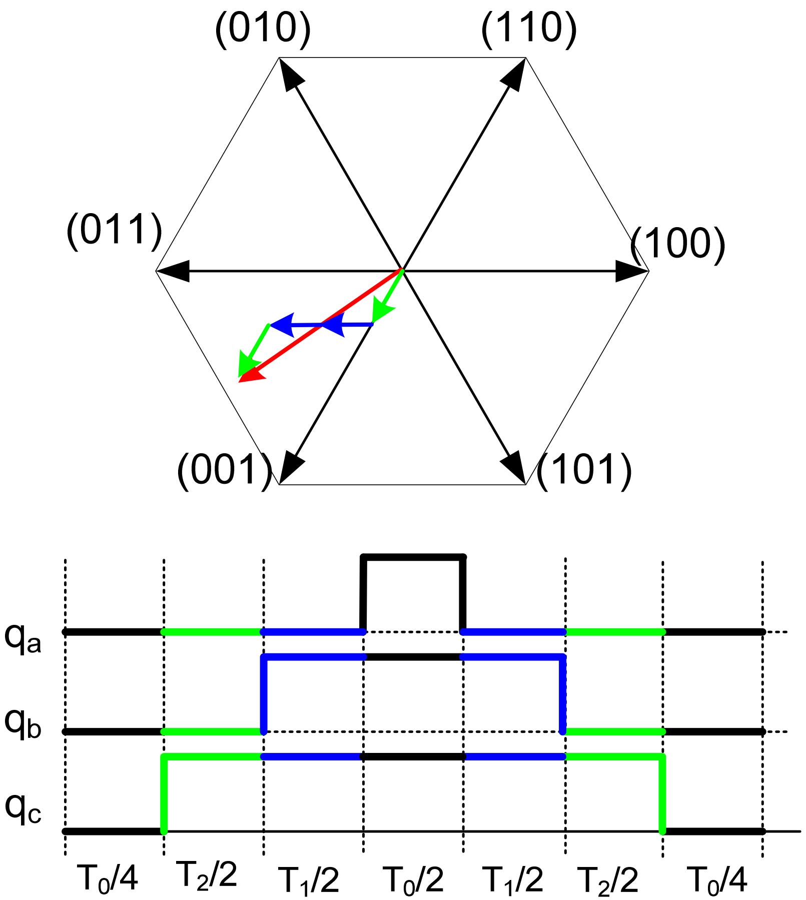


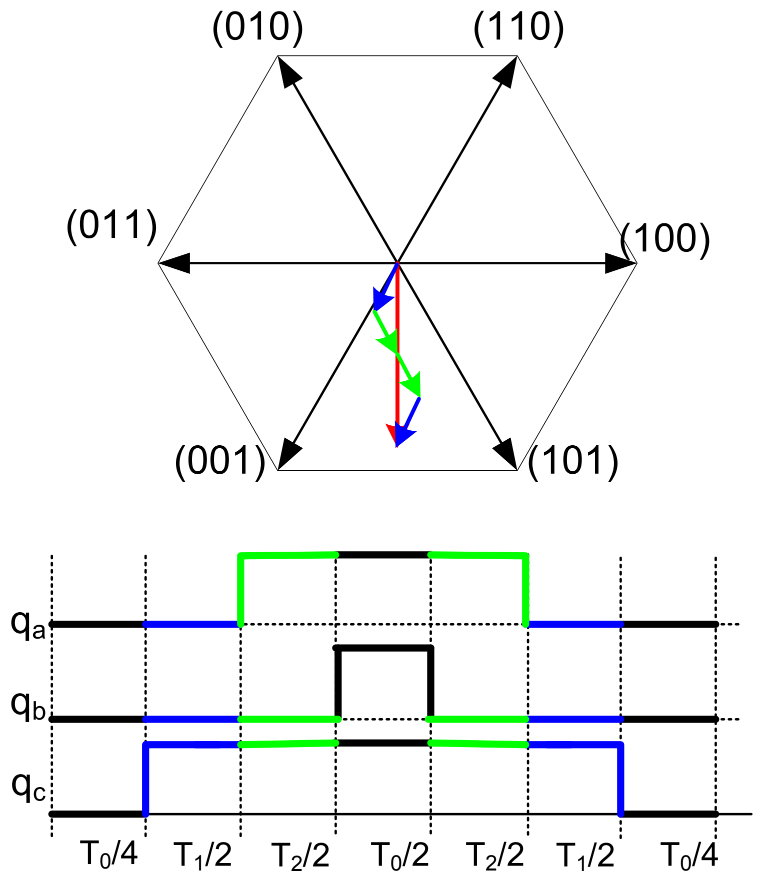


- Puedes comprobar como al trabajar en un sector "impar" el orden de las conmutaciones se ha modificado

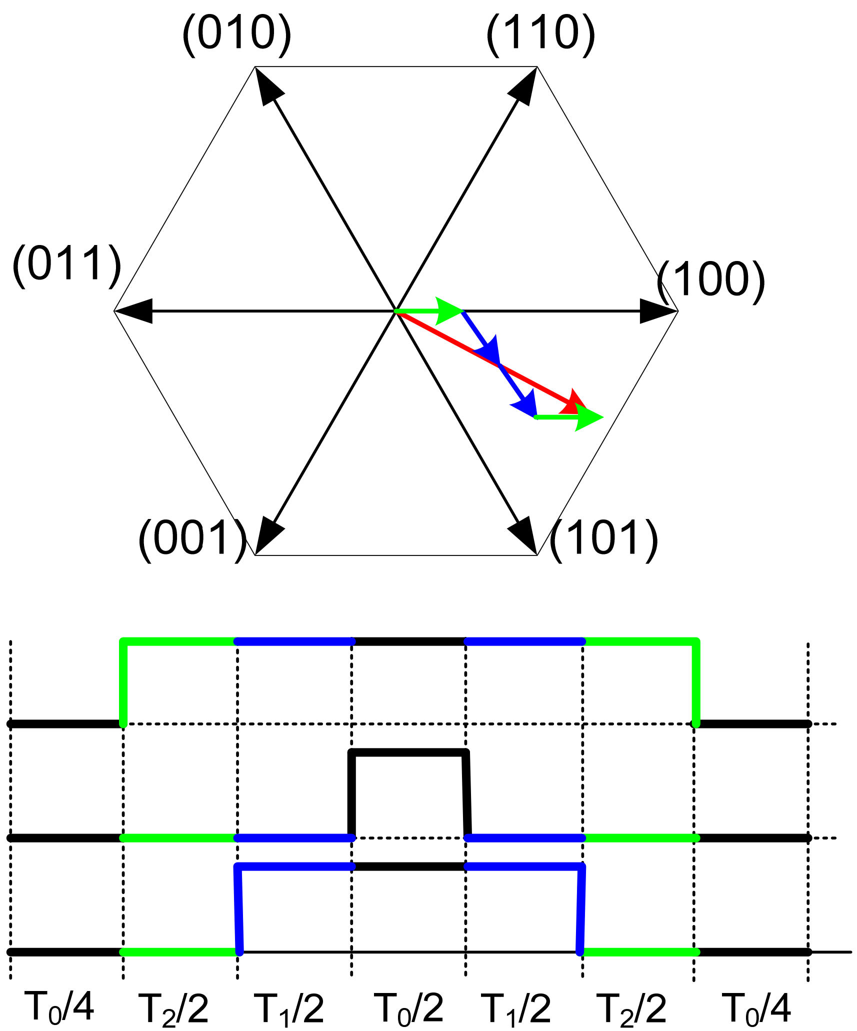
- Empezamos por V_x y continuamos por V_y

Space Vector Modulation

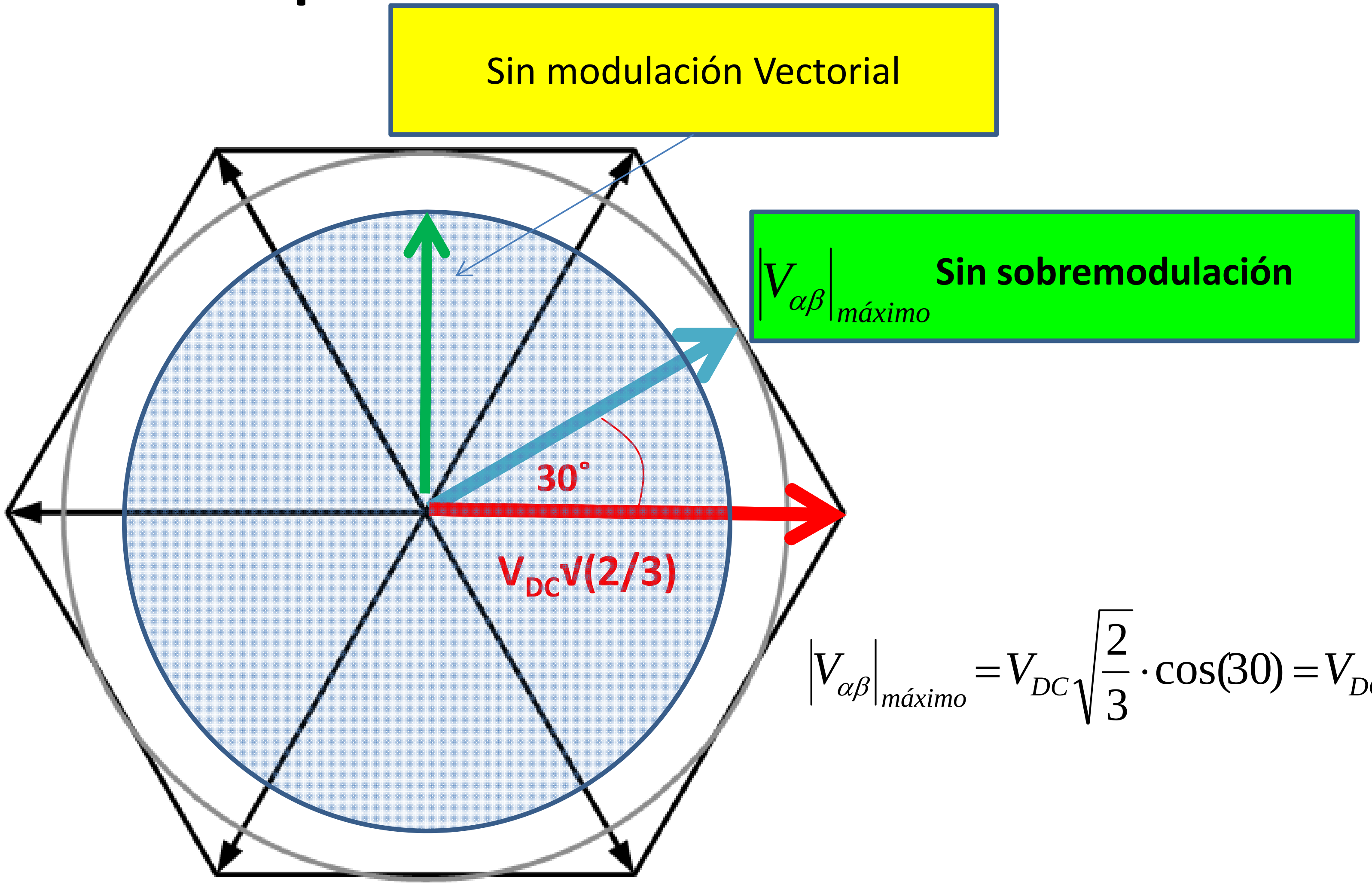




Space Vector Modulation



Space Vector Modulation



$$\left|V_{\alpha\beta}\right|_{máximo} = V_{DC}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\cos(30) = V_{DC}\,\sqrt{2}\big/2$$

Space Vector Modulation

$$\left|V_{\alpha\beta}\right|_{máximo} = V_{DC}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\cos(30) = V_{DC}\,\sqrt{2}\big/2$$

$$\boxed{\begin{aligned} Ua(t) &= Um\cdot sen(\omega\cdot t)\\ Ub(t) &= Um\cdot sen(\omega\cdot t - 2\pi/3)\\ Uc(t) &= Um\cdot sen(\omega\cdot t + 2\pi/3)\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} V\alpha(t) &= \sqrt{\frac{3}{2}}Um\cdot sen(\omega\cdot t)\\ V\beta(t) &= -\sqrt{\frac{3}{2}}Um\cdot\cos(\omega\cdot t)\end{aligned}}$$

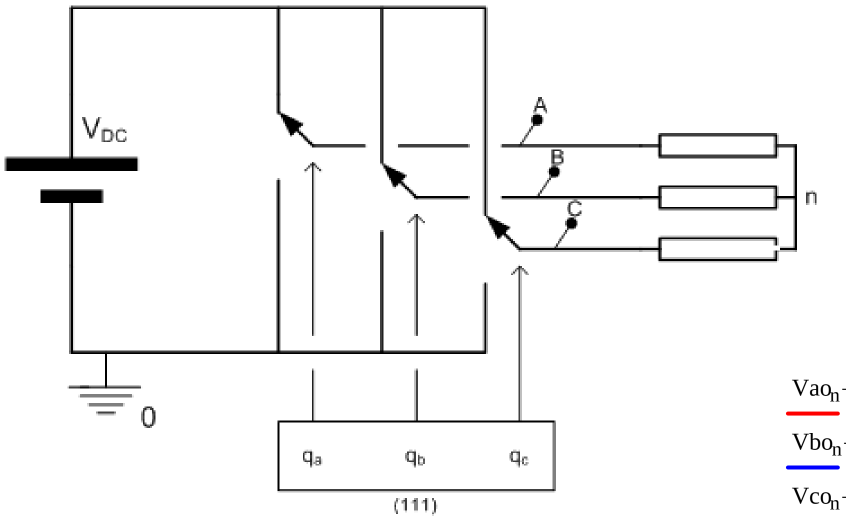
$$\left|V_{an}\right|_{máximo} = V_{DC}\,\sqrt{2}\big/2\cdot\sqrt{2/3} = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}$$

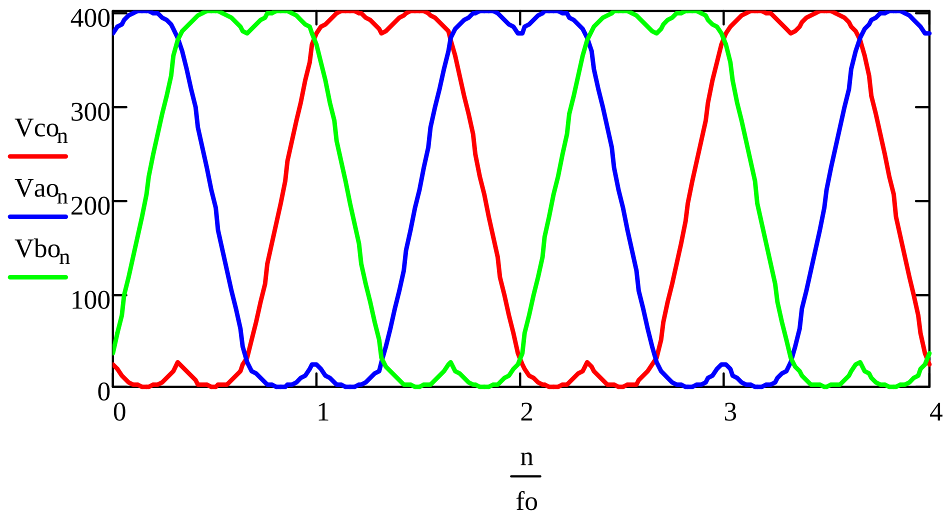
$$\left|V_{ab}\right|_{máximo} = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3} = V_{DC}$$

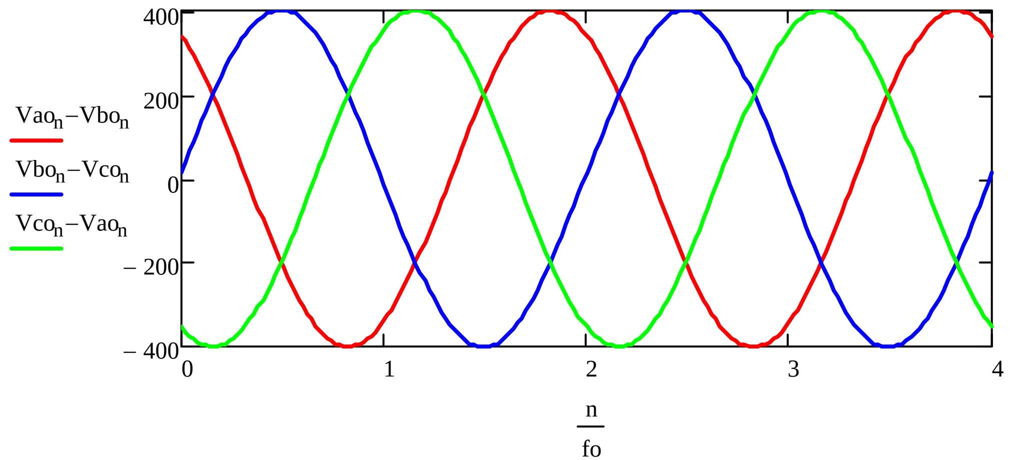
Space Vector Modulation

V_{DC}=400V

$$\left|V_{\alpha\beta}\right|_{máximo} = V_{DC}\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\cos(30) = V_{DC}\,\sqrt{2}\big/2$$



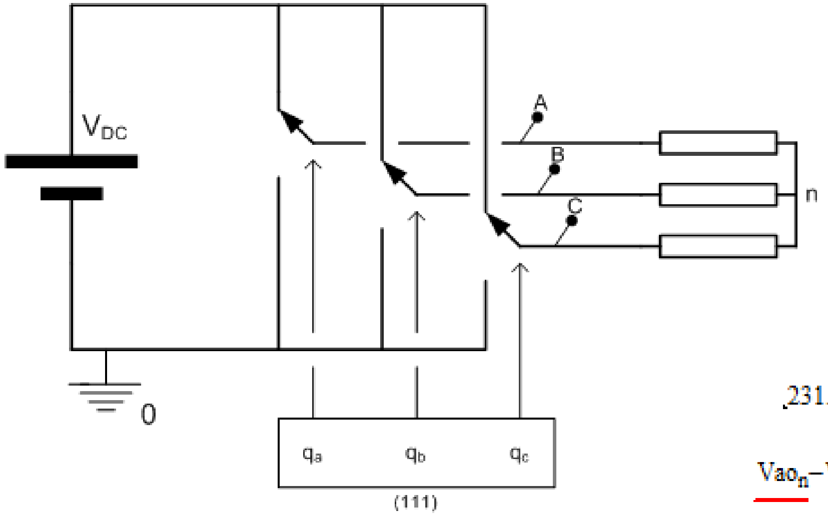


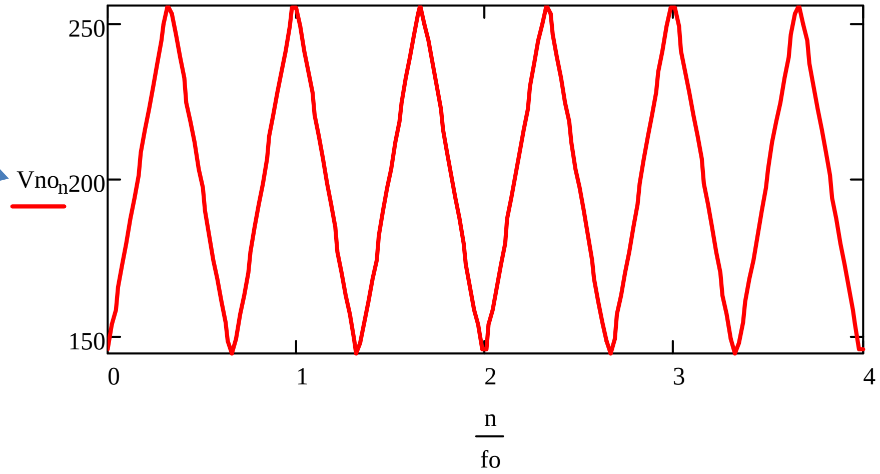


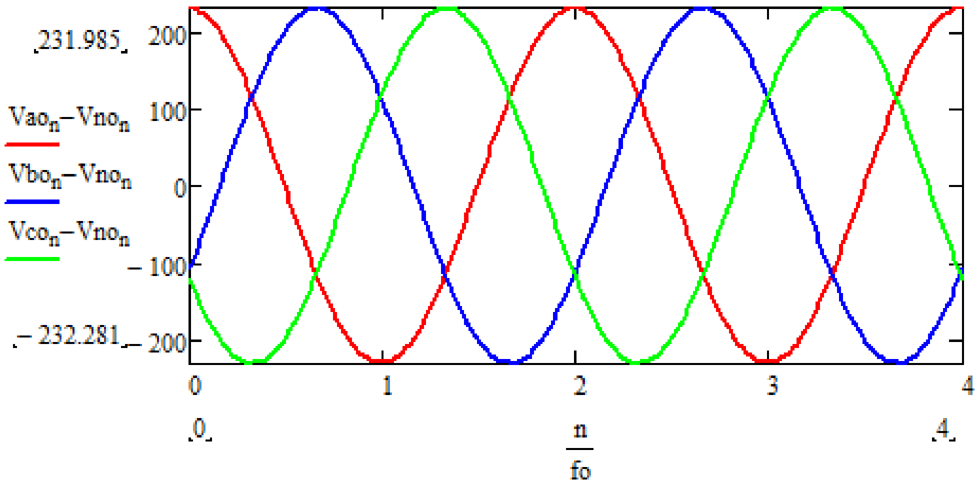
Se aprovecha mejor la tensión del Bus de continua, se puede obtener una tensión de línea mayor que con modulación senoidal-triangular

Space Vector Modulation (SPWM)

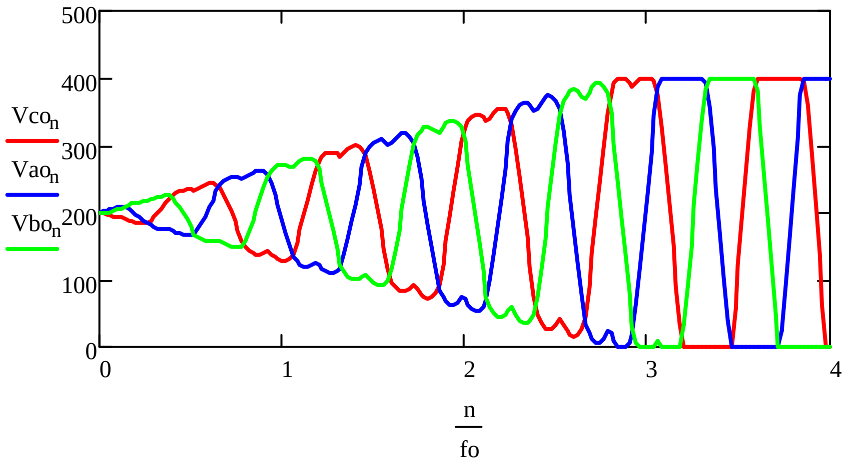
$$V_{no} = \frac{V_{an} + V_{bn} + V_{cn}}{3}$$

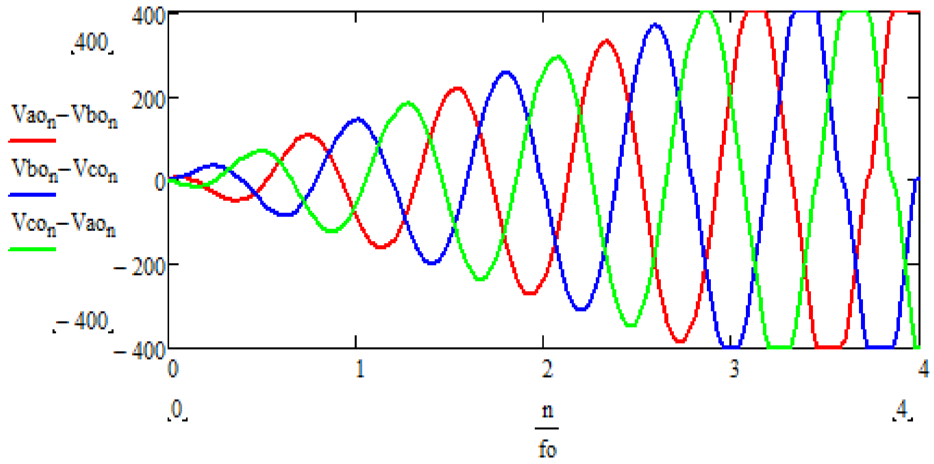


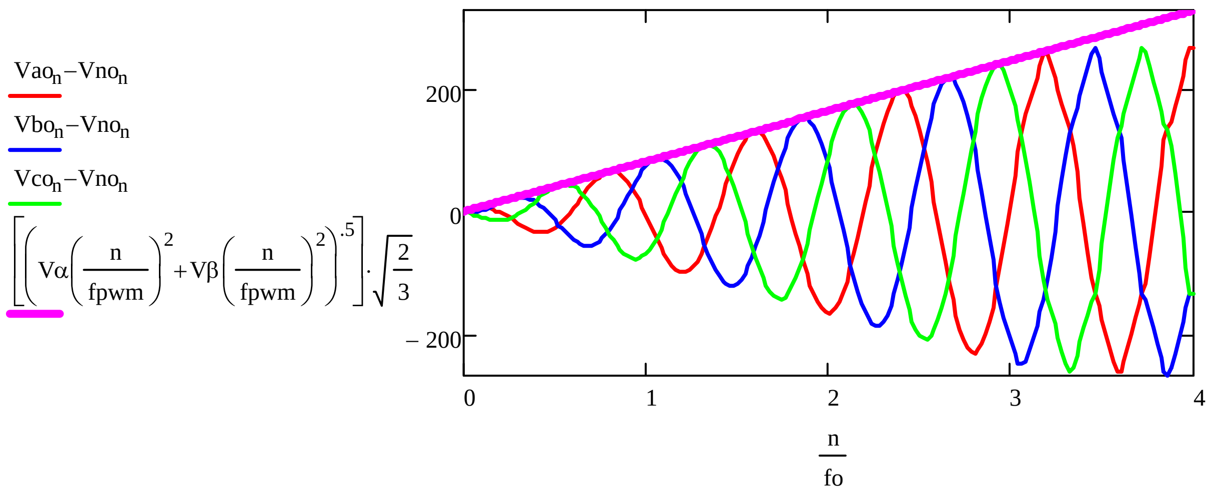




Space Vector Modulation



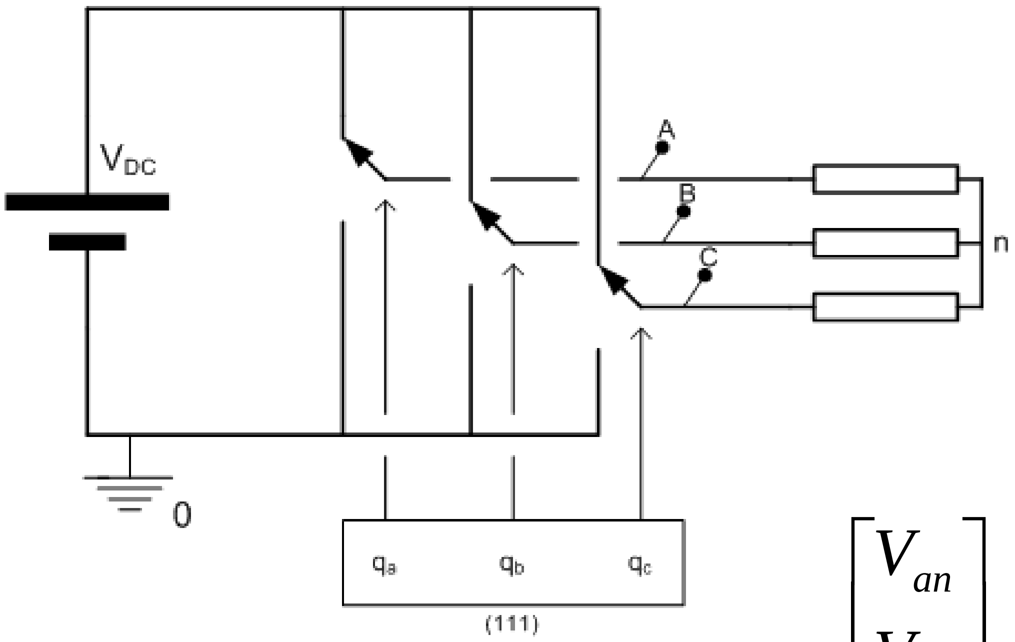




Control inversores trifásicos

- Transformada αβ
- Space Vector Modulation (SVPWM)
- **Controladores basados en SVPWM**
- Ejes de referencia rotatorios
  - Transformada de Park
  - Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

Controladores basados en SVPWM

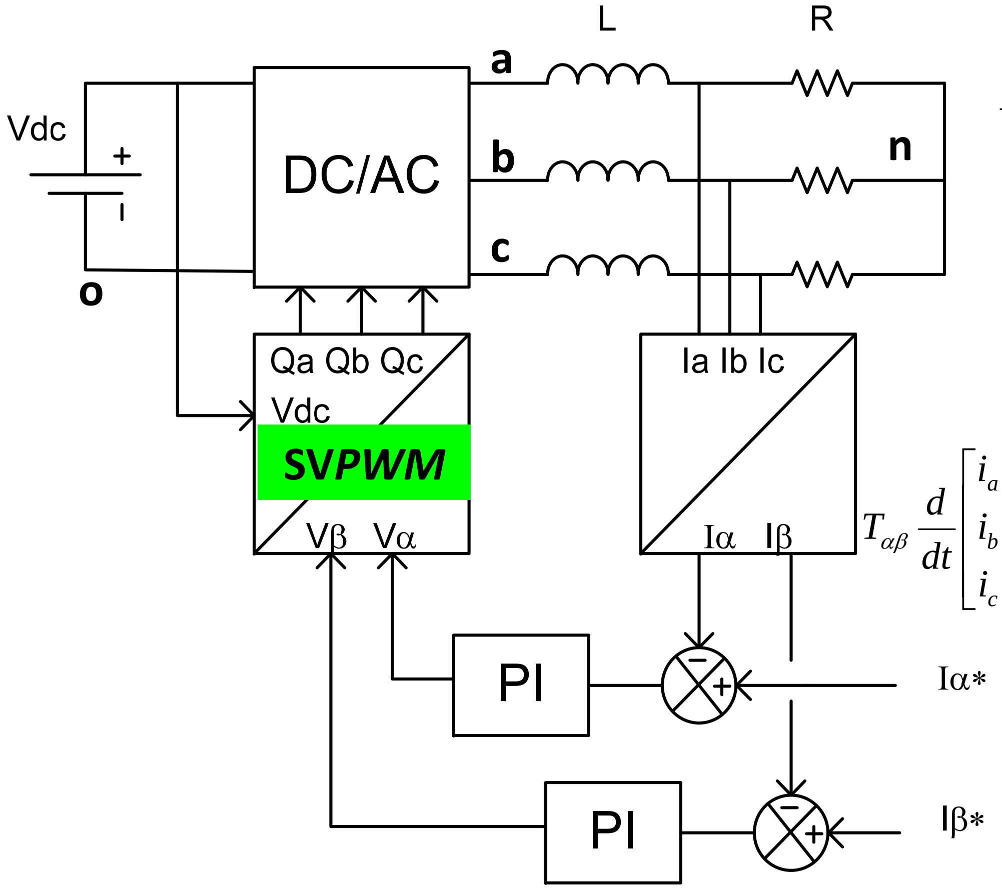


$$V_{ao} = V_{an} + V_{no}$$
$$V_{bo} = V_{bn} + V_{no}$$
$$V_{co} = V_{cn} + V_{no}$$

$$V_{no} = \frac{V_{ao} + V_{bo} + V_{co}}{3}$$

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$

Controladores basados en SVPWM



$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{1}{3\cdot L}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$

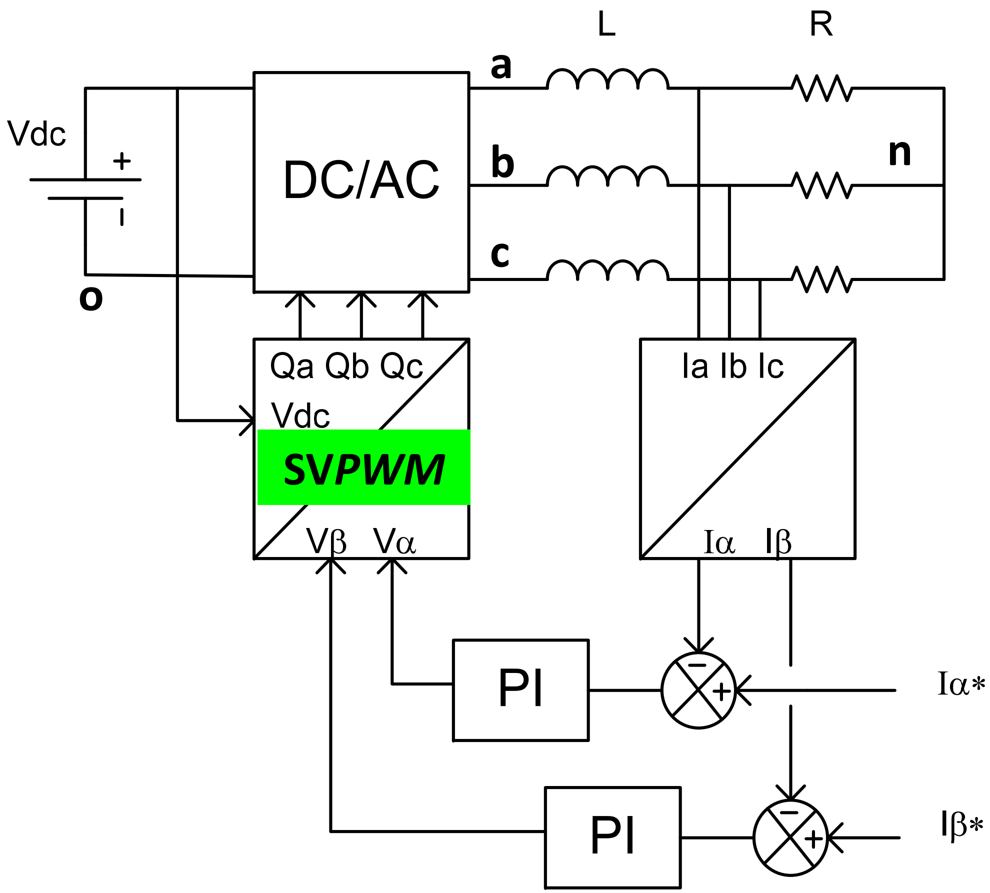
$$T_{\alpha\beta}\cdot\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

$$T_{\alpha\beta}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}T_{\alpha\beta}\cdot T_{\alpha\beta}^{-1}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{3\cdot L}T_{\alpha\beta}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\cdot T_{\alpha\beta}^{-1}\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{3\cdot L}T_{\alpha\beta}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\cdot T_{\alpha\beta}^{-1}\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{L}\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}$$

Controladores basados en SVPWM



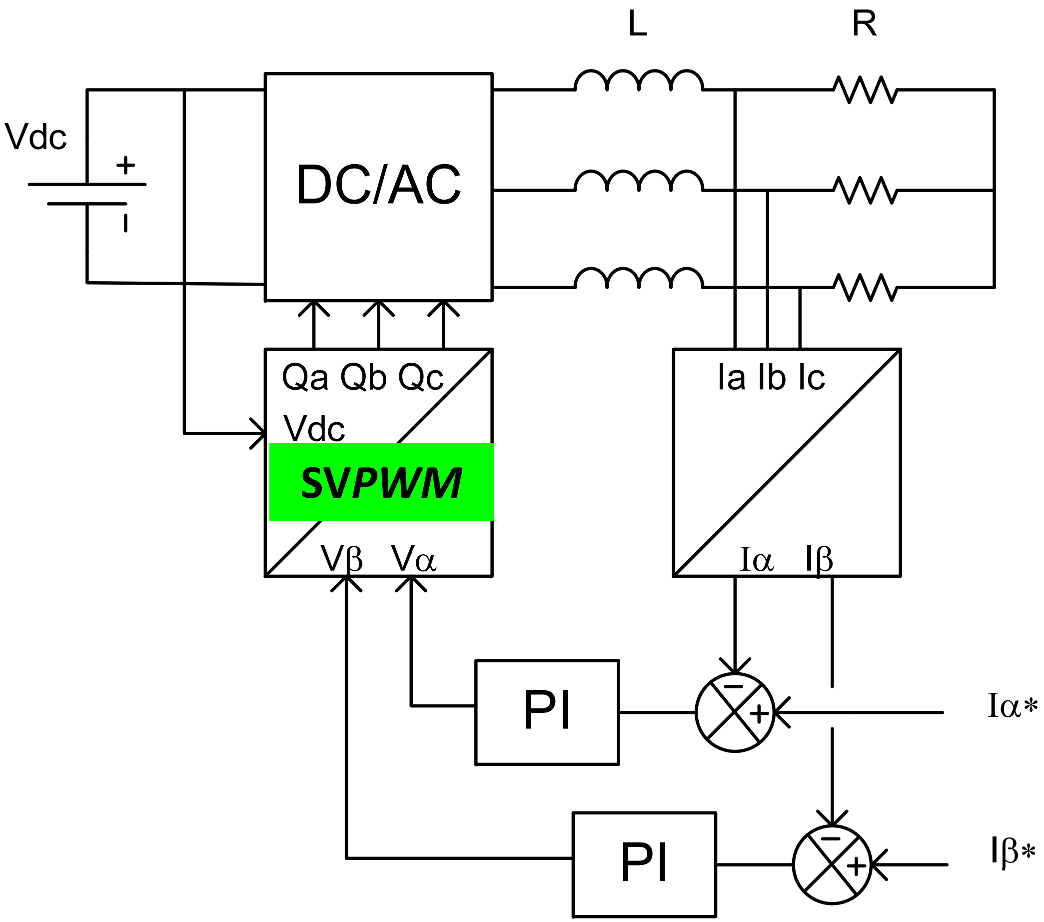
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{L}\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}$$

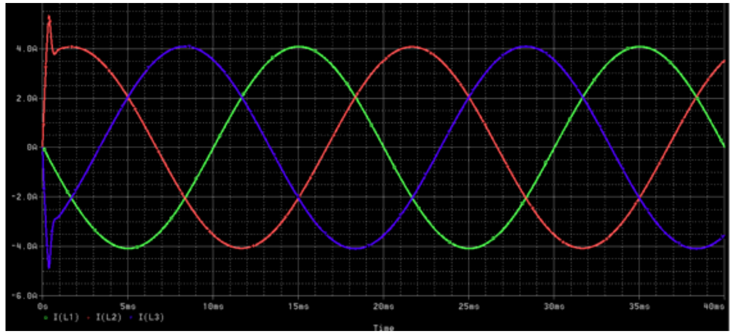
Las ecuaciones están desacopladas, los dos controladores serán iguales.

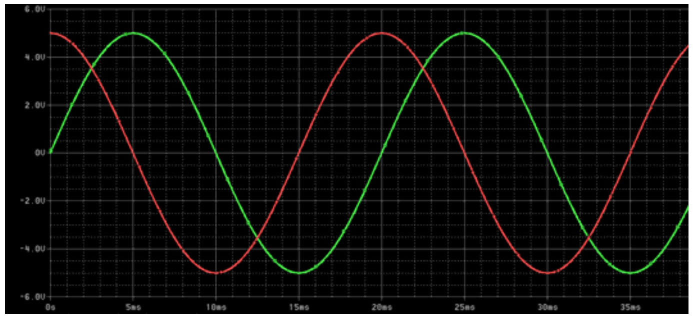
$$i_\alpha(s) = \frac{V_\alpha(s)}{s \cdot L + R}$$

$$i_\beta(s) = \frac{V_\beta(s)}{s \cdot L + R}$$

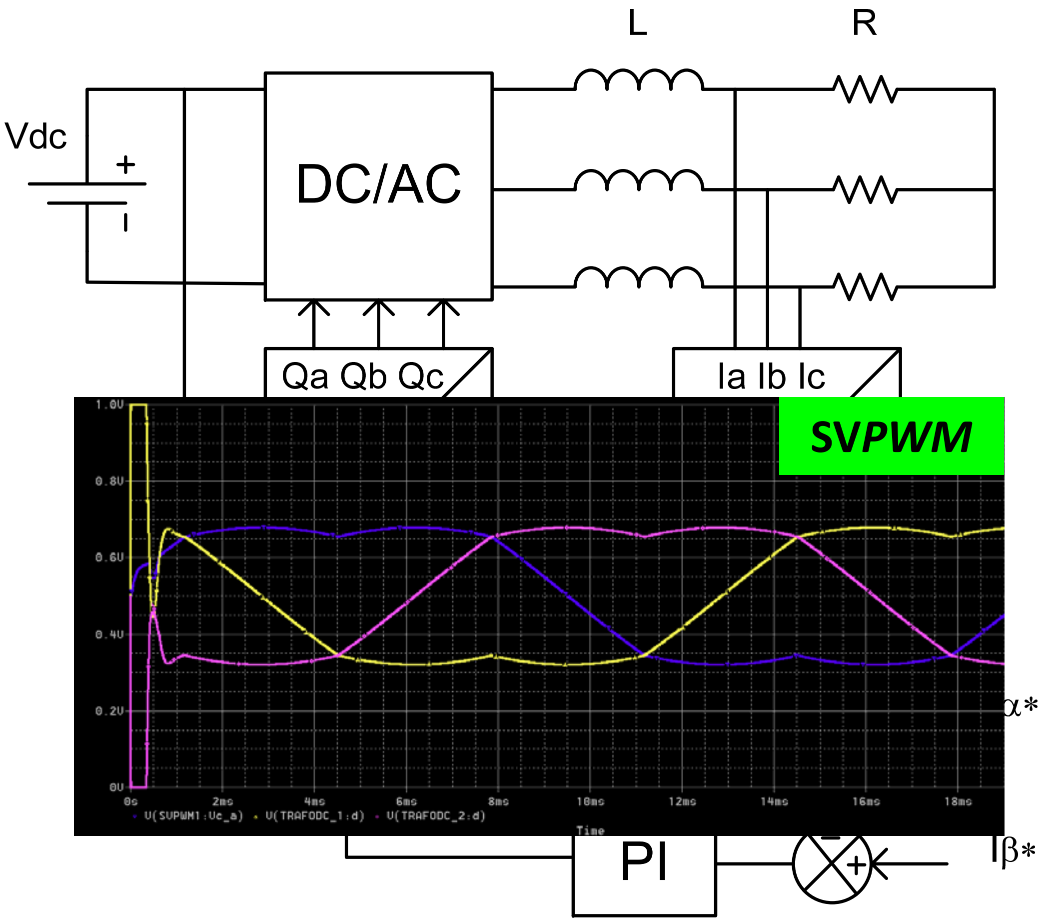
Controladores basados en SVPWM

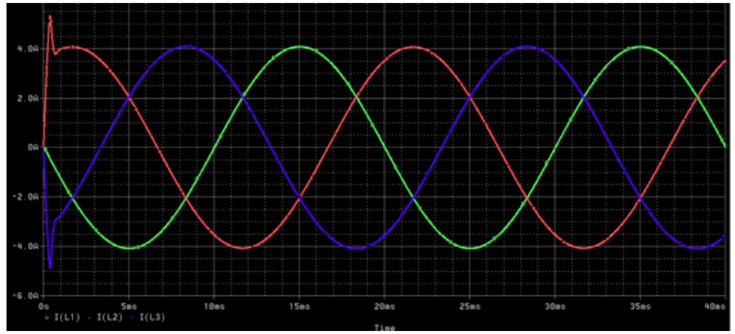


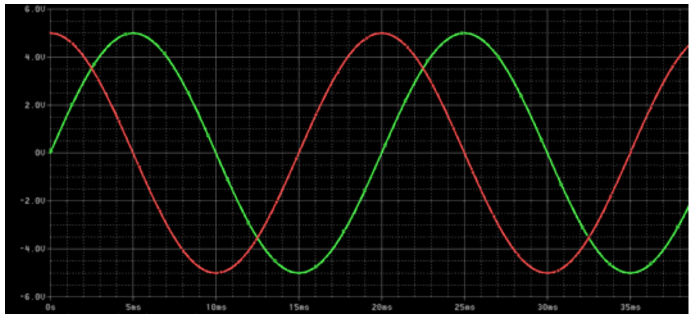




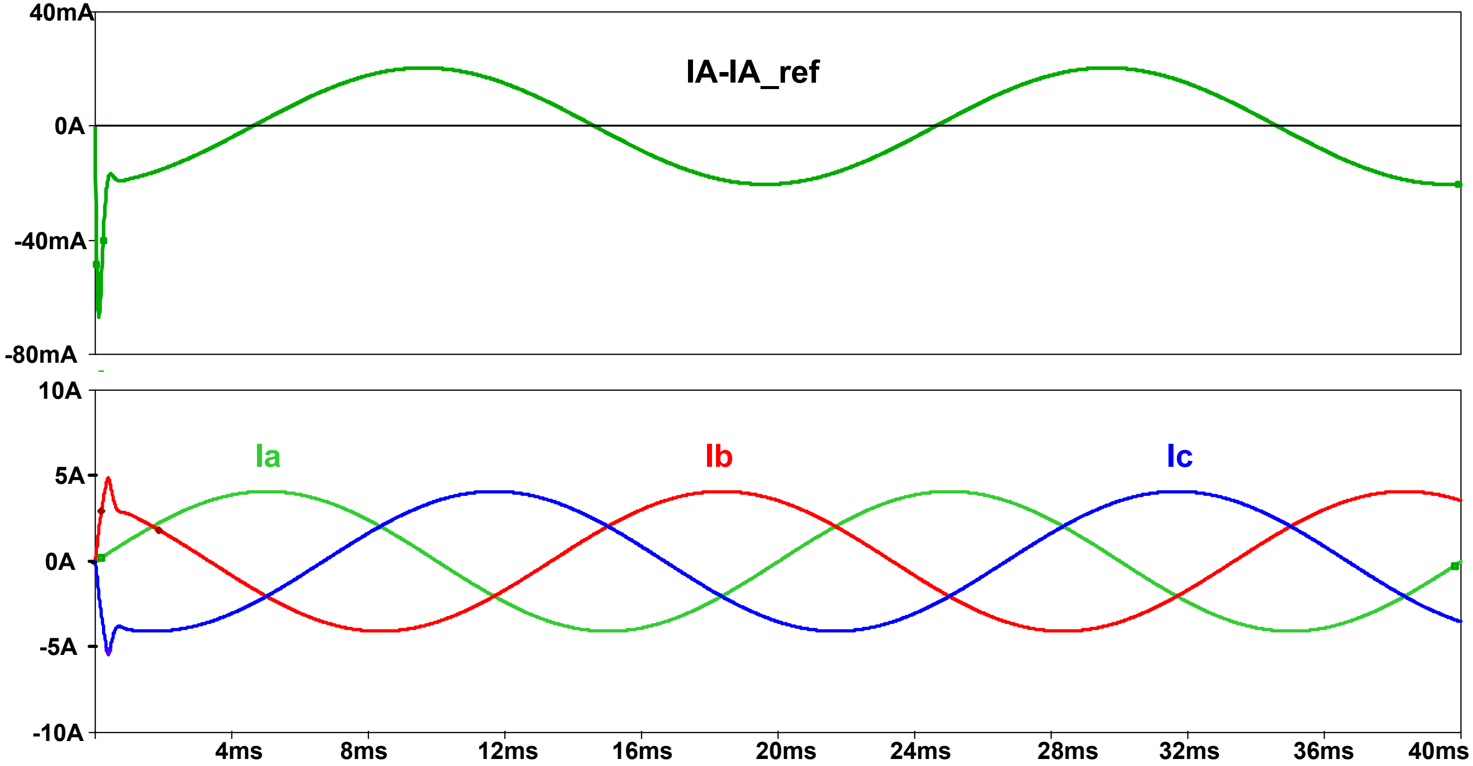
Space Vector Modulation (SPWM)





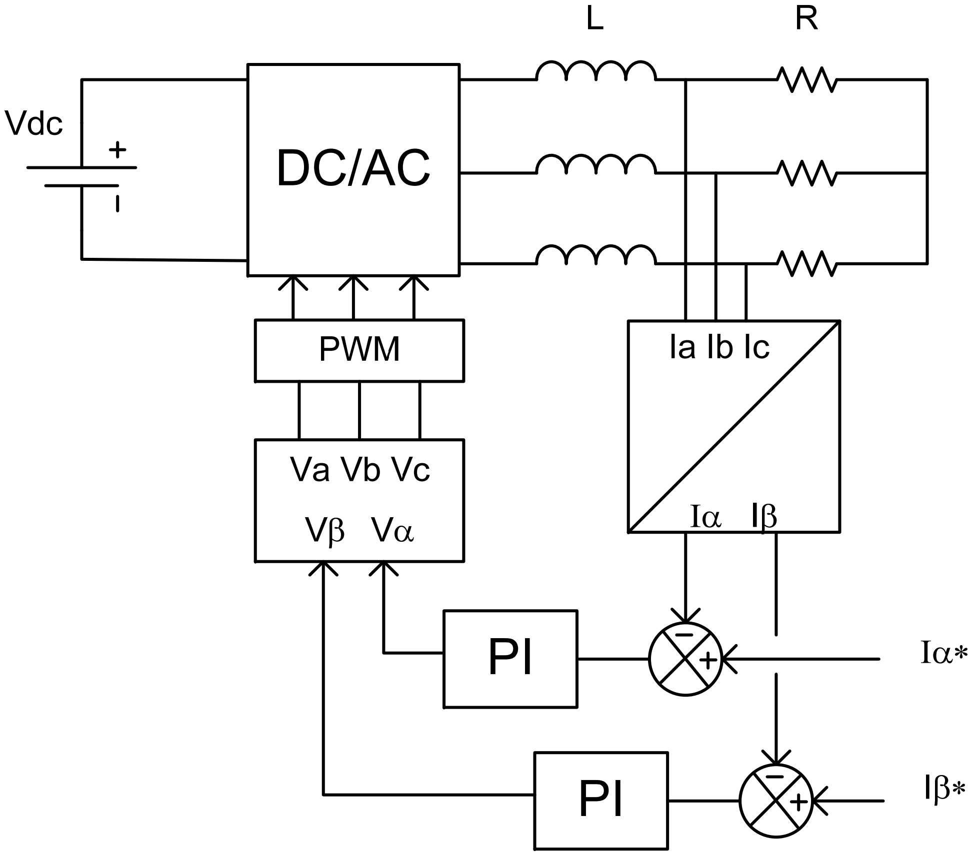


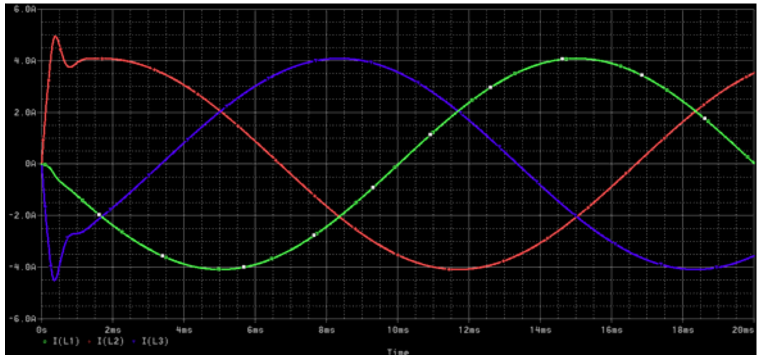
Controladores basados en SVPWM

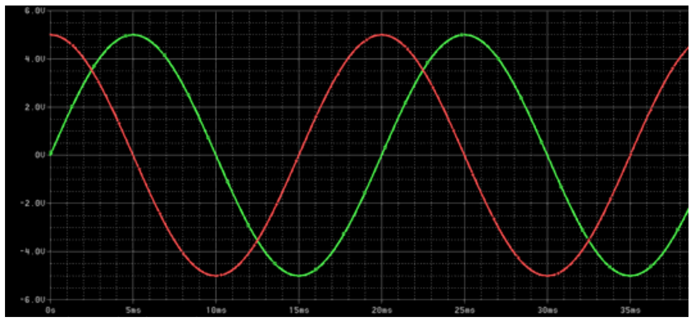


Puede comprobarse en la figura, que no puede obtenerse error nulo a la frecuencia de trabajo utilizando un controlador PI, ya que en ese punto la ganancia no es infinita

Controladores basados en SVPWM

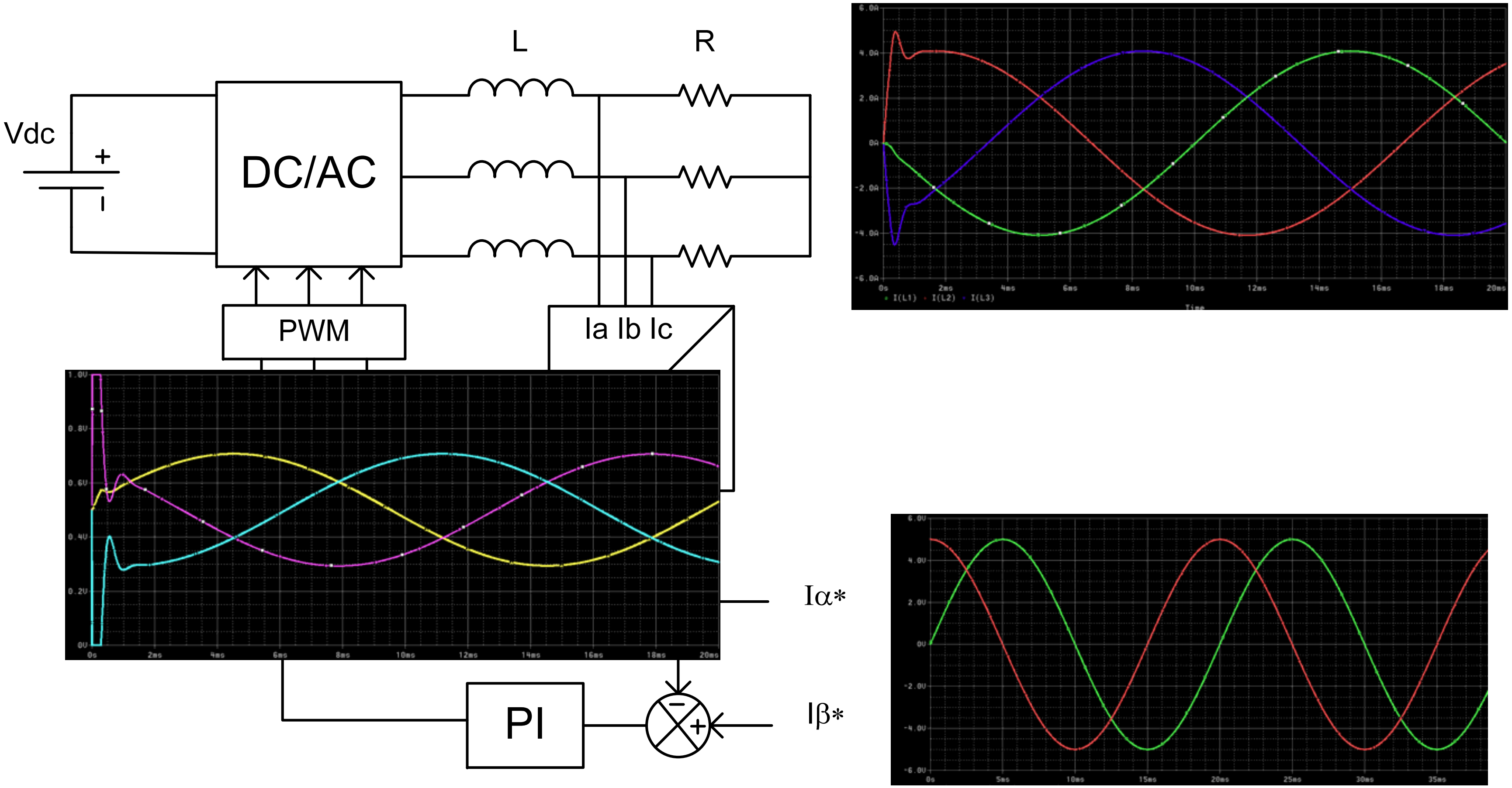






Sin modulación vectorial

Controladores basados en SVPWM



Sin modulación vectorial

Control inversores trifásicos

- Transformada αβ
- Space Vector Modulation (SVPWM)
- Controladores basados en SVPWM
- **Ejes de referencia rotatorios**
  - Transformada de Park
  - Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

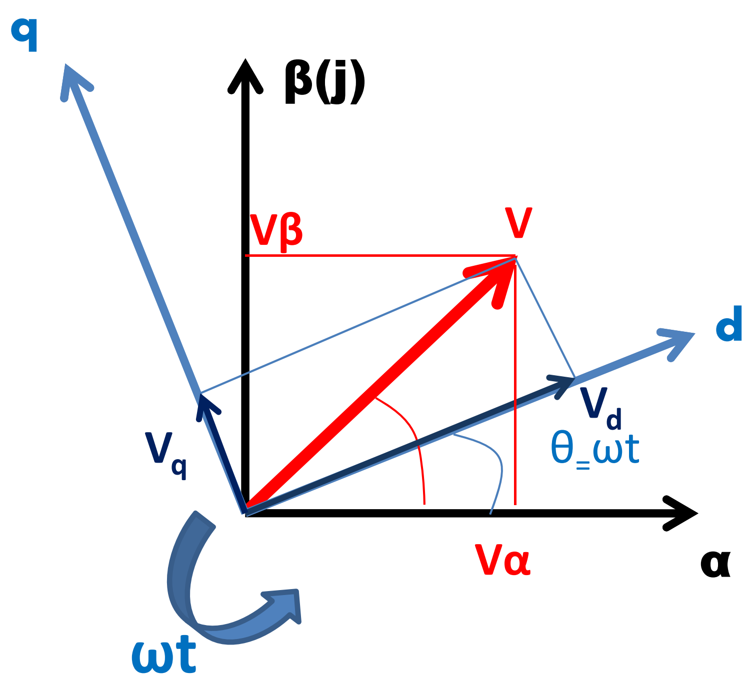
Ejes de referencia rotatorios

- Los controladores utilizando la transforamda αβ **no pueden asegurar un error n**ulo para señales senoidales, para ello necesitarían una ganancia infinita a la frecuencia de la señal senoidal

- Para ello se pueden desarrollar sistemas de control **sobre ejes móviles que aseguren un error nulo. Transformada de Park.**

- **En estos ejes móviles**, las variables serán **valores constantes** y por tanto se podrá alcanzar un error nulo
- Es muy útil en el control de motores

Transformada de Park



$$x_d \cdot e^{j\theta} + x_q \cdot e^{j(\theta + \pi/2)} = x_\alpha + x_\beta j$$

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -sen(\theta_1) \\ sen(\theta_1) & \cos(\theta_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & sen(\theta_1) \\ -sen(\theta_1) & \cos(\theta_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$$

Transformadas vectoriales

$$\overrightarrow{x_{dq}} = \overrightarrow{x_{\alpha\beta}} \cdot e^{-\theta \cdot j}$$

$$\overrightarrow{x_{dq}} \cdot e^{\theta \cdot j} = \overrightarrow{x_{\alpha\beta}}$$

Ecuaciones del sistema sobre ejes móviles

$$\overrightarrow{x_{dq}} = \overrightarrow{x_{\alpha\beta}} \cdot e^{-\theta \cdot j}$$

$$\overrightarrow{x_{dq}} \cdot e^{\theta \cdot j} = \overrightarrow{x_{\alpha\beta}}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{L}\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}} \cdot e^{j\theta}\right] = -\frac{R}{L}\left[\overrightarrow{i_{dq}} \cdot e^{j\theta}\right] + \frac{1}{L}\left[\overrightarrow{V_{dq}} \cdot e^{j\theta}\right]$$

$$\frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}} \cdot e^{j\theta}\right] = \frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}}\right] \cdot e^{j\theta} + \frac{d}{dt}\left[e^{j\theta}\right] \cdot \overrightarrow{i_{dq}} = \frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}}\right] \cdot e^{j\omega t} + j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot \overrightarrow{i_{dq}}$$

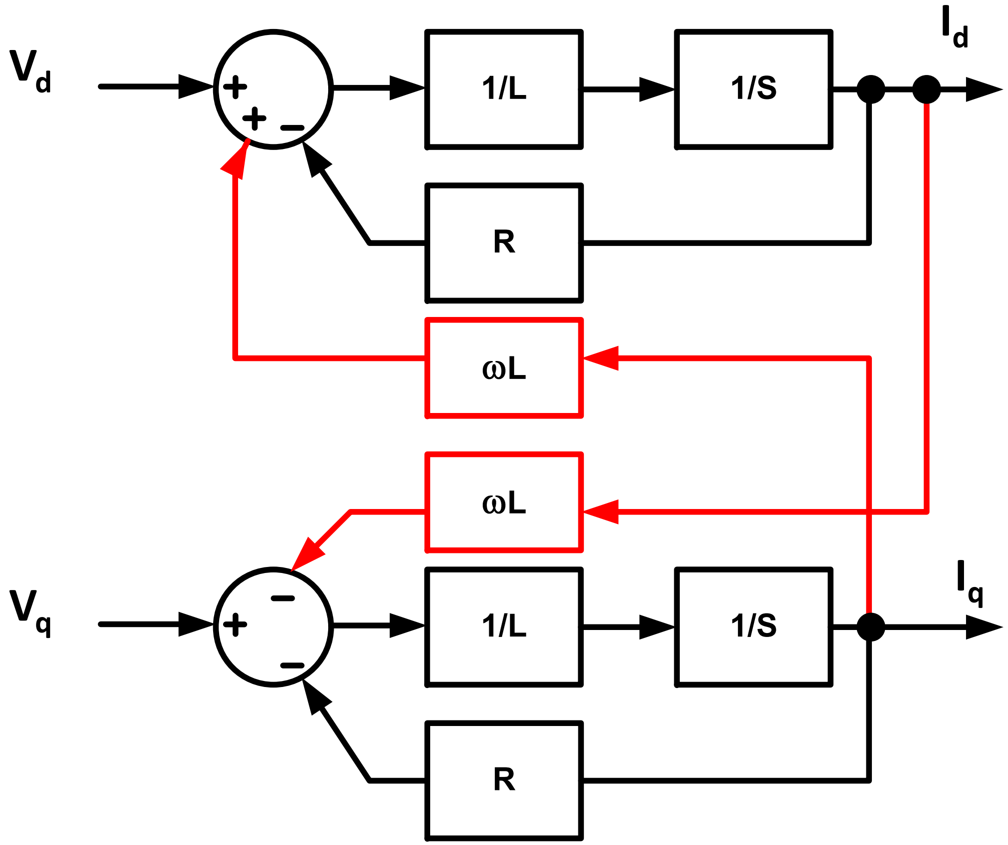
$$\frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}}\right] \cdot e^{j\omega t} + j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot \overrightarrow{i_{dq}} = -\frac{R}{L}\left[\overrightarrow{i_{dq}} e^{j\omega t}\right] + \frac{1}{L}\left[\overrightarrow{V_{dq}} e^{j\omega t}\right]$$

$$\frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{i_{dq}}\right] + j\omega \cdot \overrightarrow{i_{dq}} = -\frac{R}{L}\left[\overrightarrow{i_{dq}}\right] + \frac{1}{L}\left[\overrightarrow{V_{dq}}\right] \qquad \frac{d}{dt}\left[i_d + ji_q\right] + j\omega \cdot \left[i_d + ji_q\right] = -\frac{R}{L}\left[i_d + ji_q\right] + \frac{1}{L}\left[V_d + V_q j\right]$$

Las ecuaciones están acopladas

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left[i_d\right] - \omega \cdot \left[i_q\right] = -\frac{R}{L}\left[i_d\right] + \frac{1}{L}\left[V_d\right] \\ \frac{d}{dt}\left[i_q\right] + \omega \cdot \left[i_d\right] = -\frac{R}{L}\left[i_q\right] + \frac{1}{L}\left[V_q\right] \end{cases}$$

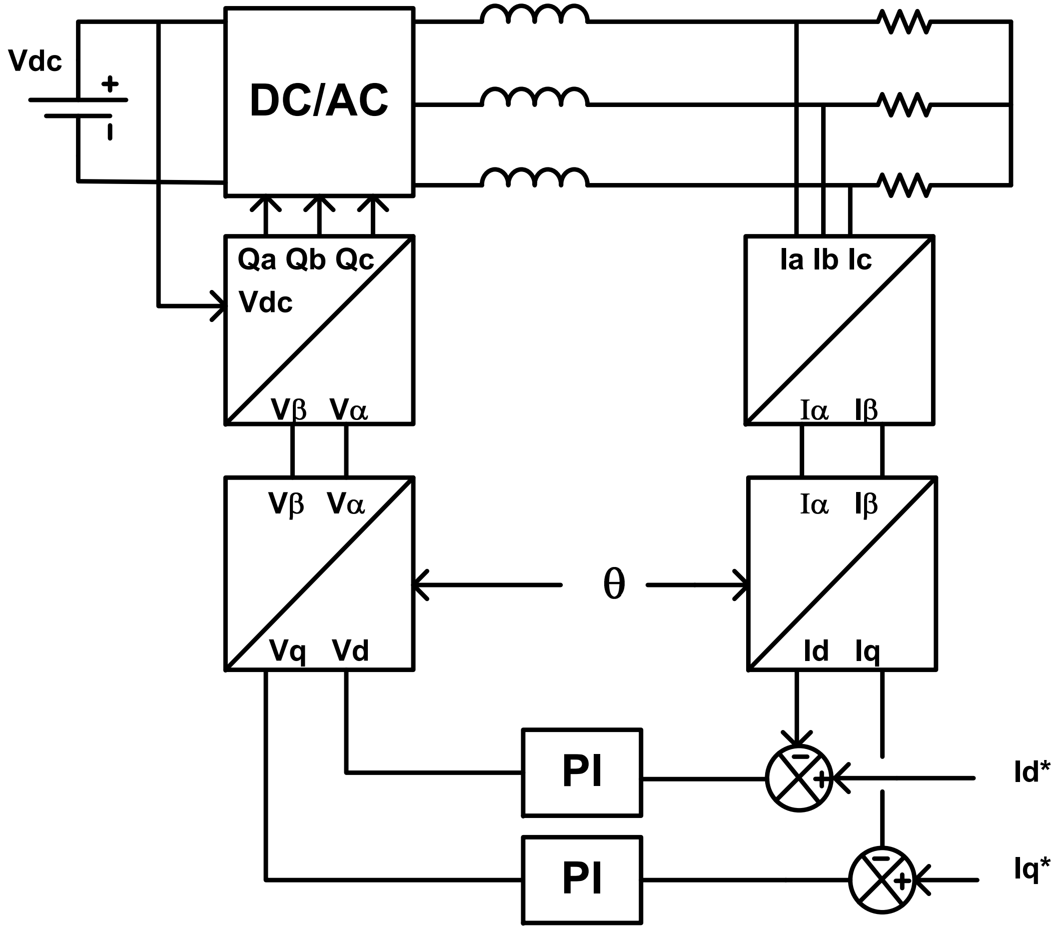
Ecuaciones del sistema sobre ejes móviles



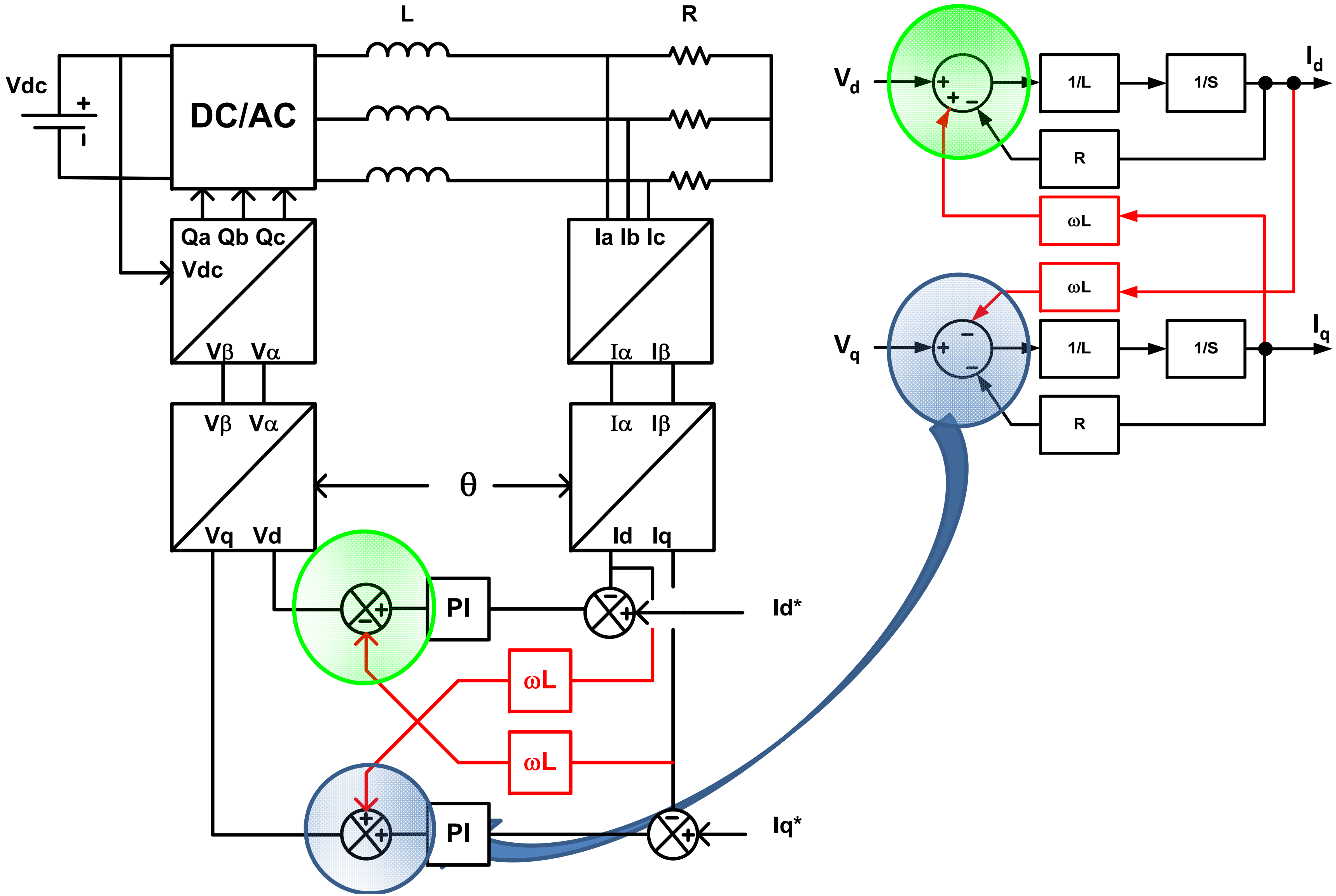
$$\frac{d}{dt}[i_d]-\omega\cdot[i_q]=-\frac{R}{L}[i_d]+\frac{1}{L}[V_d]$$

$$\frac{d}{dt}[i_q]+\omega\cdot[i_d]=-\frac{R}{L}[i_q]+\frac{1}{L}[V_q]$$

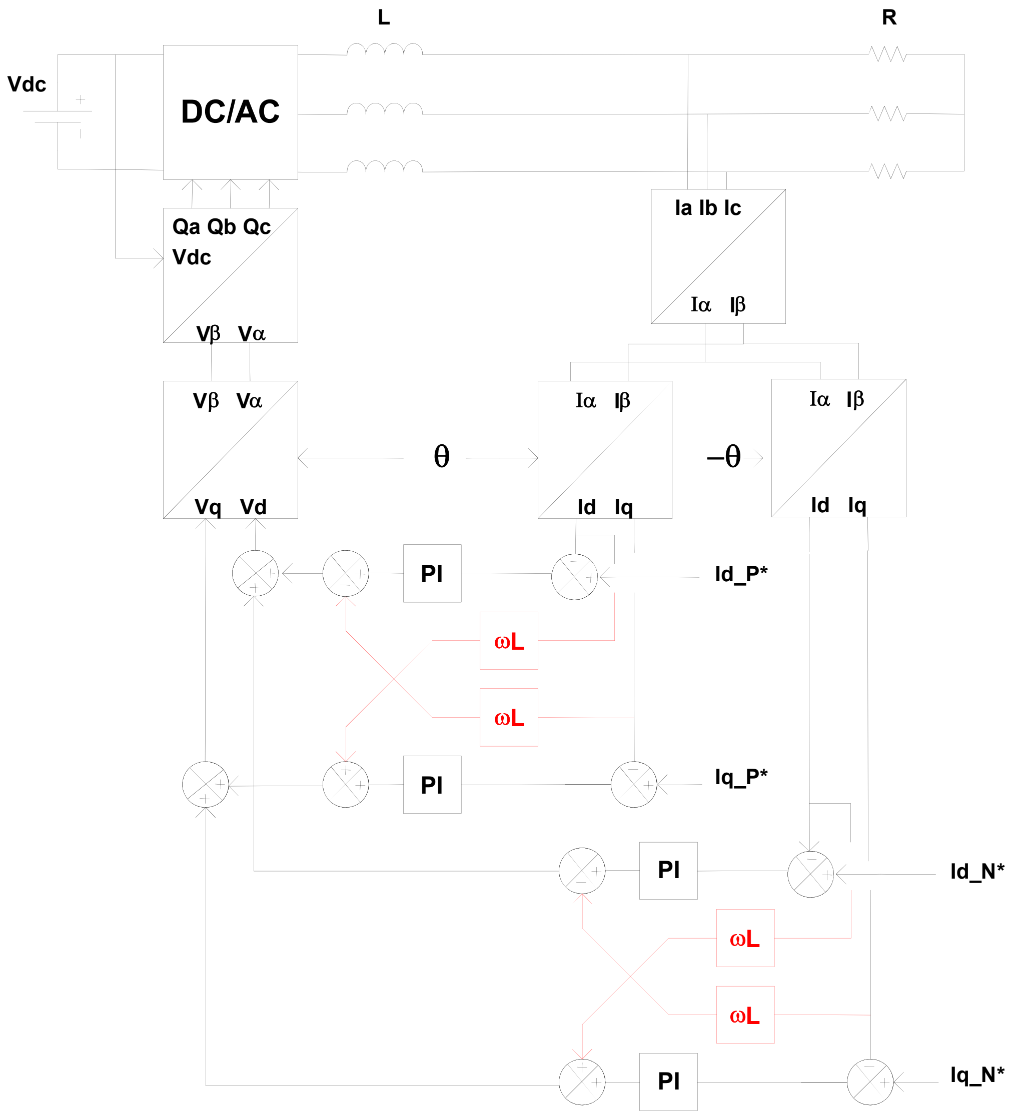
Control sobre ejes móviles



Control sobre ejes móviles



Control sobre ejes móviles

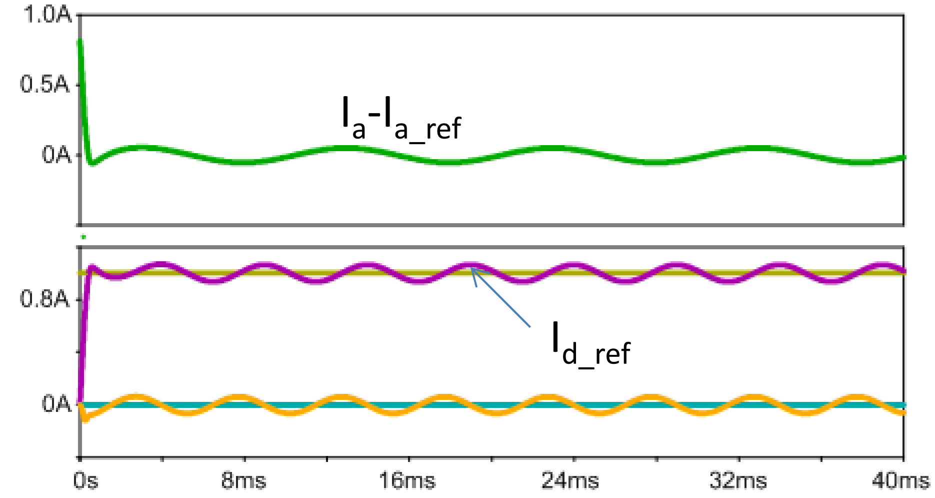


• En sistemas con grandes desequilibrios es necesario compensar tanto la secuencia positiva como la secuencia negativa

•En sistemas equilibrados (control de motores) no es necesario compensar la secuencia negativa, esta aplicación es especialmente interesante en aplicaciones de conexión a red con armónicos.

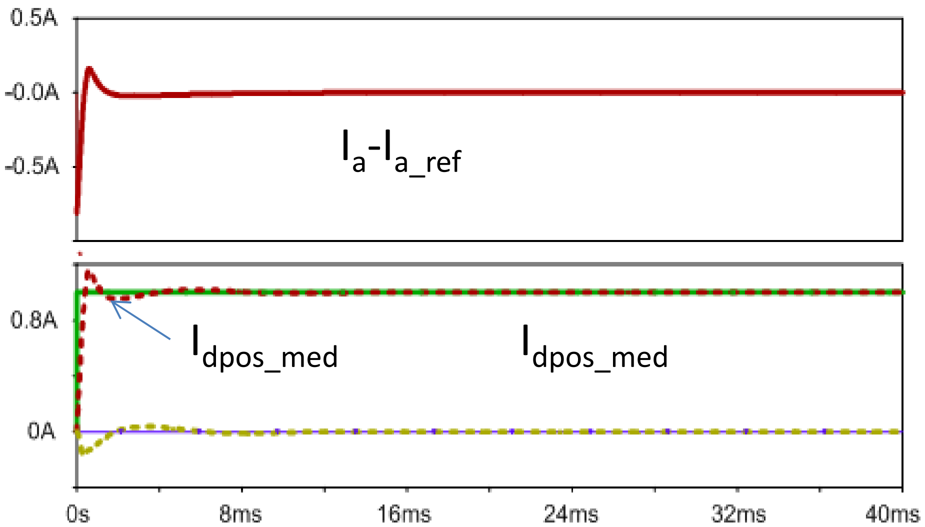
Esta idea puede extenderse al control de armónicos

Control sobre ejes móviles



Carga muy desequilibrada

Ejes móviles, solo una componente (utilizando un PI)

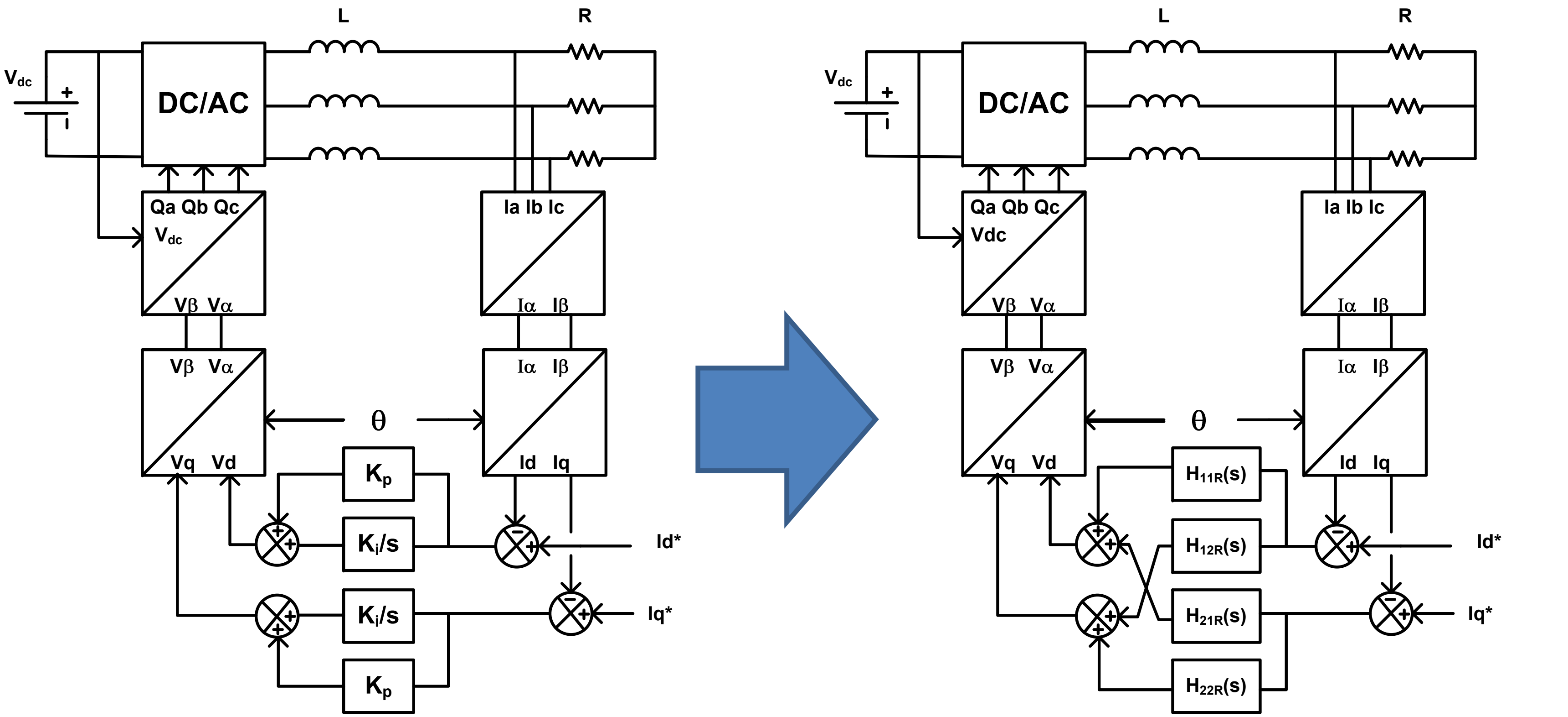


Ejes móviles, dos componentes
Mejor funcionamiento, se alcanza error nulo

Control inversores trifásicos

- Transformada αβ
- Space Vector Modulation (SVPWM)
- Controladores basados en SVPWM
- Ejes de referencia rotatorios
  - Transformada de Park
  - **Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios**

Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

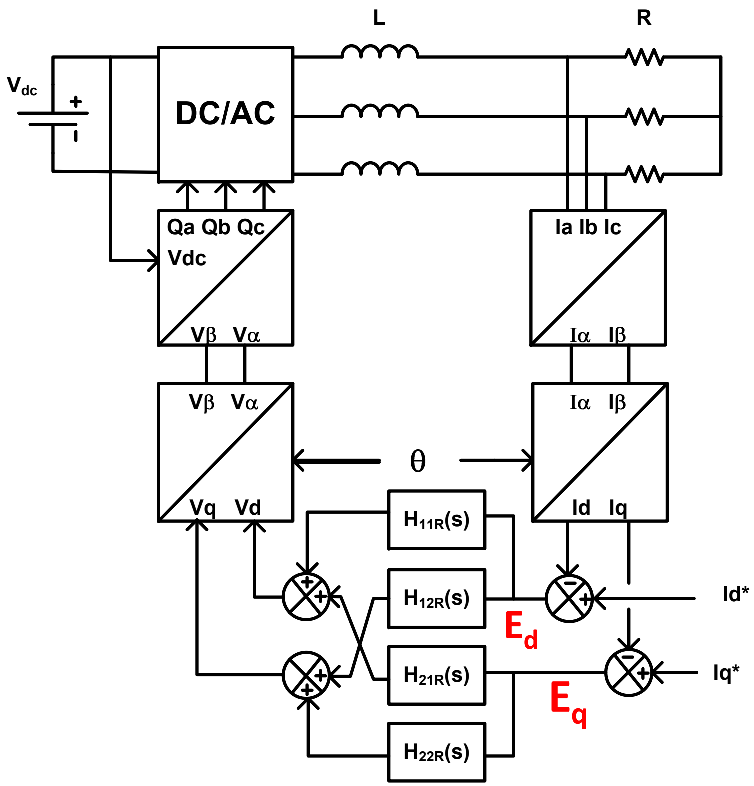


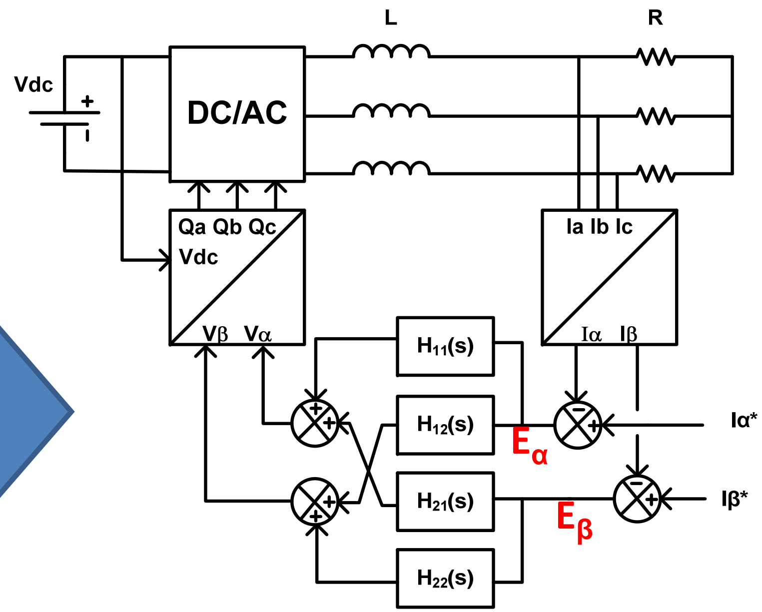
Representación más general para poder obtener una equivalencia entre ejes móviles y ejes fijos

$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$H_{21R}(s) = H_{12R}(s) = 0$$

Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios





$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$H_{21R}(s) = H_{12R}(s) = 0$$

¿Cuál es la equivalencia?

$H_{11}(s)$=?
$H_{12}(s)$=?
$H_{21}(s)$=?
$H_{22}(s)$=?

$$H_{11R}(s)=H_{22R}(s)=K_p+\frac{K_i}{s}$$

$$H_{21R}(s)=H_{12R}(s)=0$$

¿Cuál es la equivalencia?

H$_{11}$(s)=?
H$_{12}$(s)=?
H$_{21}$(s)=?
H$_{22}$(s)=?

$$E_d(s)\frac{K_i}{s}=V_d(s) \qquad E_q(s)\frac{K_i}{s}=V_q(s)$$

$$\Rightarrow \quad E_d(s)=V_d(s)\frac{s}{K_i} \qquad E_q(s)=V_q(s)\frac{s}{K_i}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{E_{dq}}(t)=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{V_{dq}}(t)\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{x_{dq}} &= \overrightarrow{x_{\alpha\beta}}\cdot e^{-\theta\cdot j}\\ \overrightarrow{x_{dq}}\cdot e^{\theta\cdot j} &= \overrightarrow{x_{\alpha\beta}}\end{aligned}}$$

$$\overrightarrow{E_{\alpha\beta}}(t)\cdot e^{j\omega t}=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{V_{\alpha\beta}}(t)\cdot e^{j\omega t}\right)$$

$$\overrightarrow{E_{\alpha\beta}}(t)\cdot e^{j\omega t}=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{V_{\alpha\beta}}(t)\right)\cdot e^{j\omega t}+\frac{1}{K_i}\overrightarrow{V_{\alpha\beta}}(t)\cdot e^{j\omega t}\cdot j\omega$$

$$\overrightarrow{E_{\alpha\beta}}(t)=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{V_{\alpha\beta}}(t)\right)+\frac{1}{K_i}\overrightarrow{V_{\alpha\beta}}(t)\cdot j\omega$$

$$\overrightarrow{E_{\alpha\beta}}(t)=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(V_\alpha(t)\right)+\frac{j}{K_i}\frac{d}{dt}\left(V_\alpha(t)\right)+\frac{1}{K_i}V_\alpha(t)\cdot j\omega-\frac{1}{K_i}V_\beta(t)\cdot\omega$$

$$\boxed{\begin{aligned}E_\alpha(t)&=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(V_\alpha(t)\right)-\frac{1}{K_i}V_\beta(t)\cdot\omega\\ E_\beta(t)&=\frac{1}{K_i}\frac{d}{dt}\left(V_\alpha(t)\right)+\frac{1}{K_i}V_\alpha(t)\cdot\omega\end{aligned}}$$

$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$H_{21R}(s) = H_{12R}(s) = 0$$

¿Cuál es la equivalencia?

$H_{11}(s)$=?
$H_{12}(s)$=?
$H_{21}(s)$=?
$H_{22}(s)$=?

$$\begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{K_i}\begin{bmatrix} s & -\omega \\ \omega & s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} = K_i \cdot \begin{bmatrix} s & -\omega \\ \omega & s \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix}$$

$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$\begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} = K_i \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{s}{s^2+\omega^2} & \dfrac{\omega}{s^2+\omega^2} \\ \dfrac{-\omega}{s^2+\omega^2} & \dfrac{s}{s^2+\omega^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix}$$

$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$\begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} = K_p \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix}$$

Operando de forma similar a como se hizo con el integrador

Para la acción proporcional se puede comprobar que es invariante respecto a los ejes elegidos (¡no tiene derivadas!)

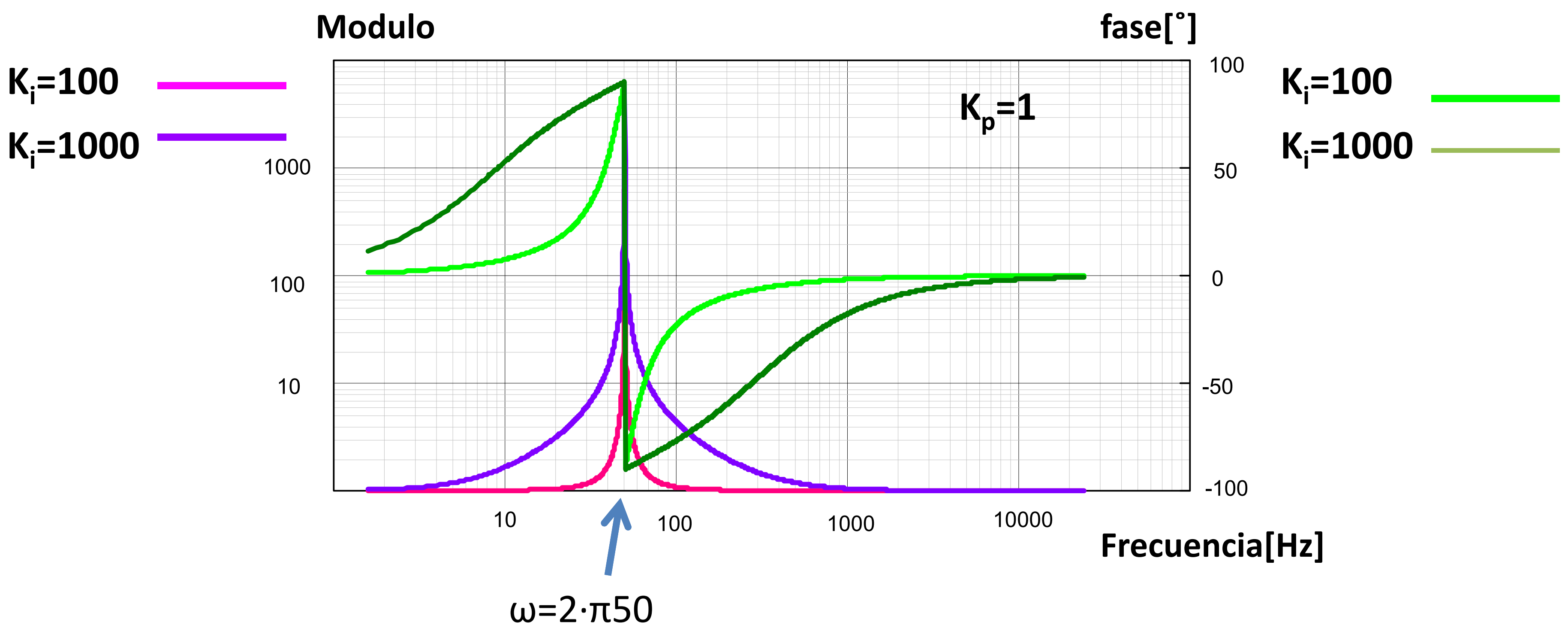
$$H_{11R}(s) = H_{22R}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$H_{21R}(s) = H_{12R}(s) = 0$$

¿Cuál es la equivalencia?

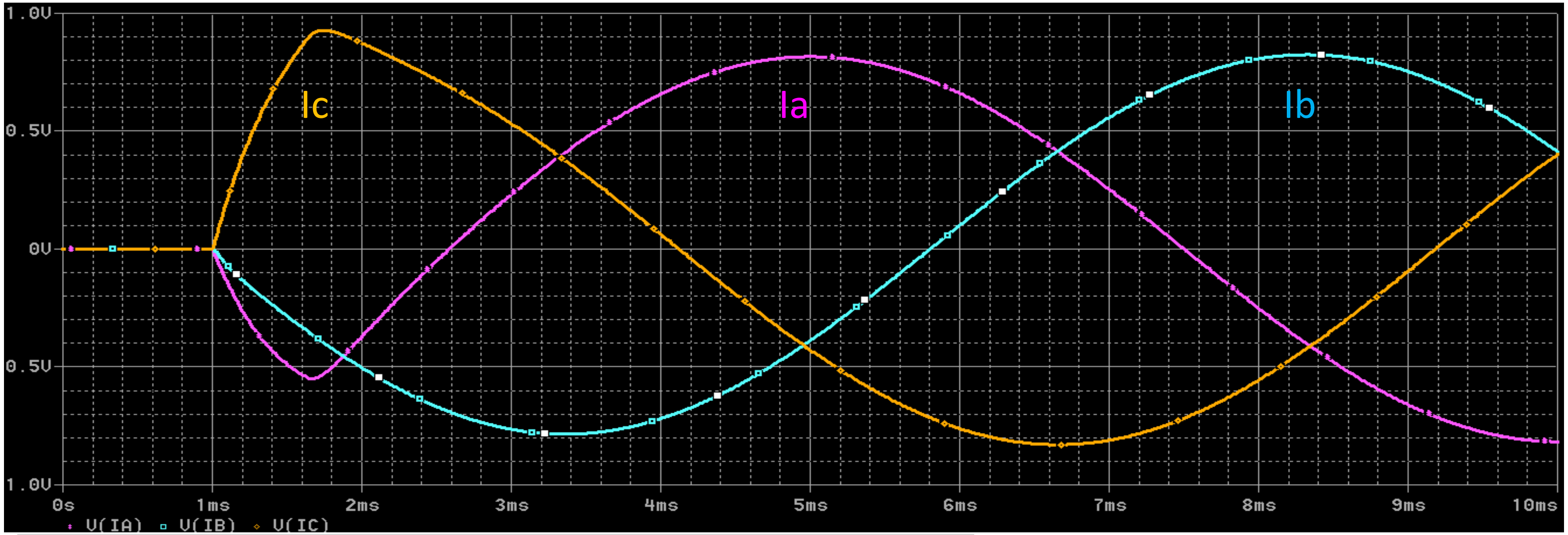
$$\begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix}$$

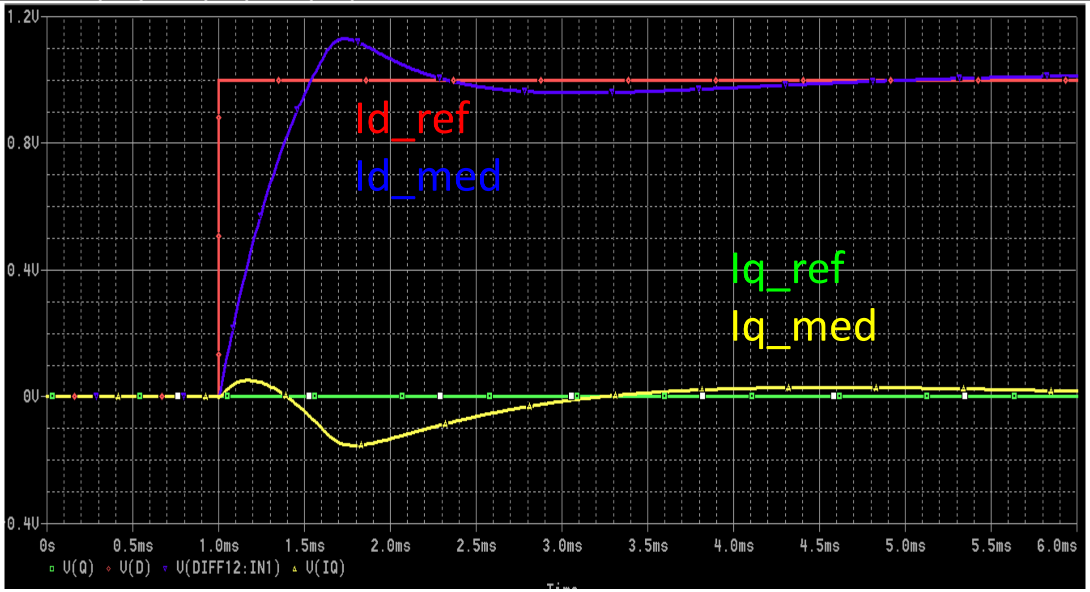
$$\begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s \cdot K_i}{s^2+\omega^2} + K_p & \frac{\omega \cdot K_i}{s^2+\omega^2} \\ \frac{-\omega \cdot K_i}{s^2+\omega^2} & \frac{s \cdot K_i}{s^2+\omega^2} + K_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix}$$



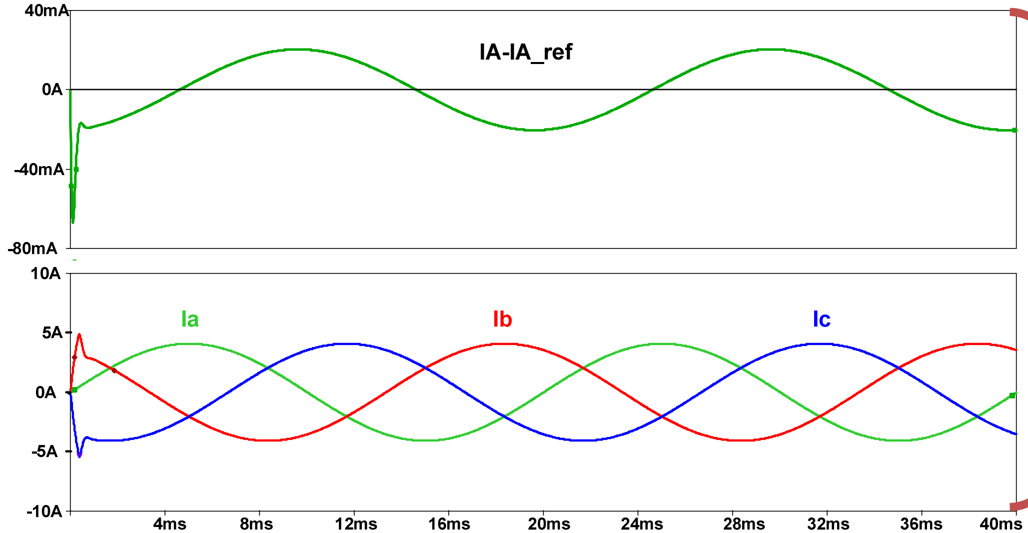
Controlador resonante, tiene ganacia infinita a la frecuencia ω

Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios

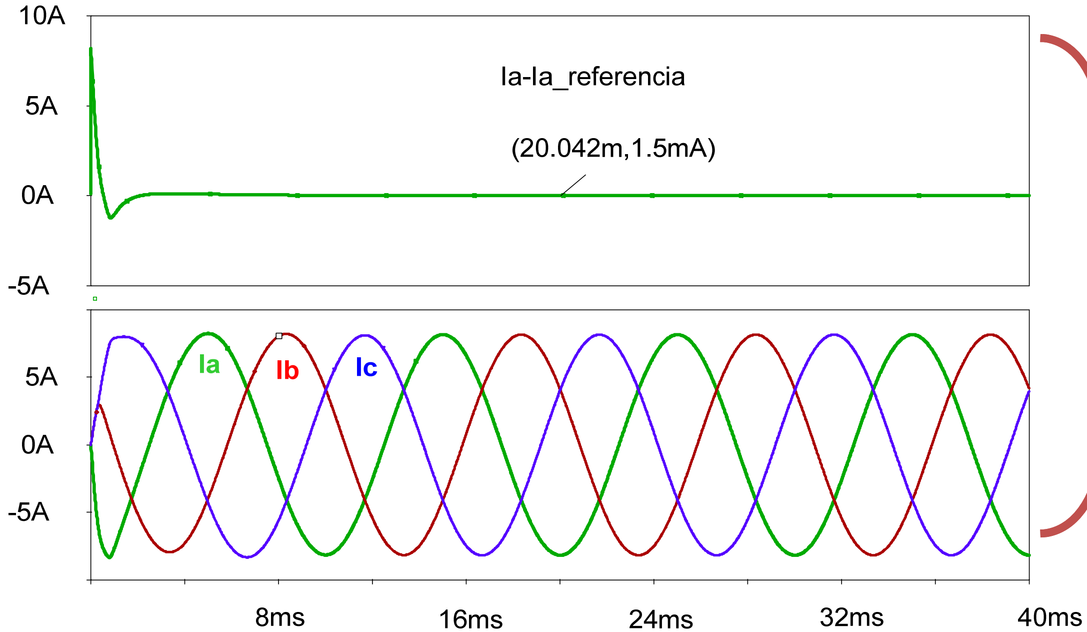




Interpretación del controlador PI sobre ejes rotatorios



Control sobre ejes fijos, sin controlador resonante, solo utilizando un PI



Un PI sobre ejes móviles equivaldría a utilizar un controlador resonante sobre ejes fijos, la ganancia infinita en ω hace que el error sea nulo