

# Modelado de Inversores Resonantes

**Introduction**

**Fundamentos**

**Modelos equivalentes**

**Simulación de la aproximación fundamental**

**Simulación de las envolventes**

**Francisco Javier Azcondo Sánchez**

**En un convertidor cc/cc obtenemos un modelo equivalente promediado siendo el ciclo de trabajo el parámetro de control.**

**En un convertidor resonante la tensión de salida depende de:**

**La frecuencia de conmutación (FM).**

**El desfase de la intensidad resonante (PM).**

**La tensión de entrada (AM).**

**La campana de resonancia nos da a conocer el punto de trabajo.**

**Lo que queremos conocer es la respuesta del convertidor ante perturbaciones de los parámetros de control.**

**p.e. Cuánto varía la tensión de salida si la frecuencia de conmutación varía 1Hz a una frecuencia de 1, 10, 100Hz, etc...**

**Qué desfase tiene la variación de la tensión de salida con respecto a la variación de la frecuencia.**

**Utilizando la aproximación fundamental si la frecuencia de conmutación es constante, una función del inversor se puede expresar como**

$$x(t) = \text{Re} \left[ \bar{x}(t) e^{j\omega_s t} \right]$$

$\bar{x}(t)$  Es la amplitud del fasor que puede variar en el tiempo

**Si  $\omega_s$  puede variar en el tiempo, el fasor queda redefinido de la siguiente forma**

$$x(t) = \text{Re} \left[ \bar{x}(t) e^{j \int \omega_s(t) dt} \right]$$

Tensiones e intensidades en el circuito resonantes quedan da la forma

$$v(t) = \text{Re} \left[ \bar{v}(t) e^{j \int \omega_s(t) dt} \right]$$

$$i(t) = \text{Re} \left[ \bar{i}(t) e^{j \int \omega_s(t) dt} \right]$$

En el caso de una inductancia

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_L(t) \quad \text{Relaciona valores instantáneos}$$

$$L \frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} + j\omega_s(t)L\bar{i}_L(t) = \bar{v}_L(t) \quad \text{Relaciona amplitudes (envolventes)}$$

## En el caso de un condensador

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad \text{Relaciona valores instantáneos}$$

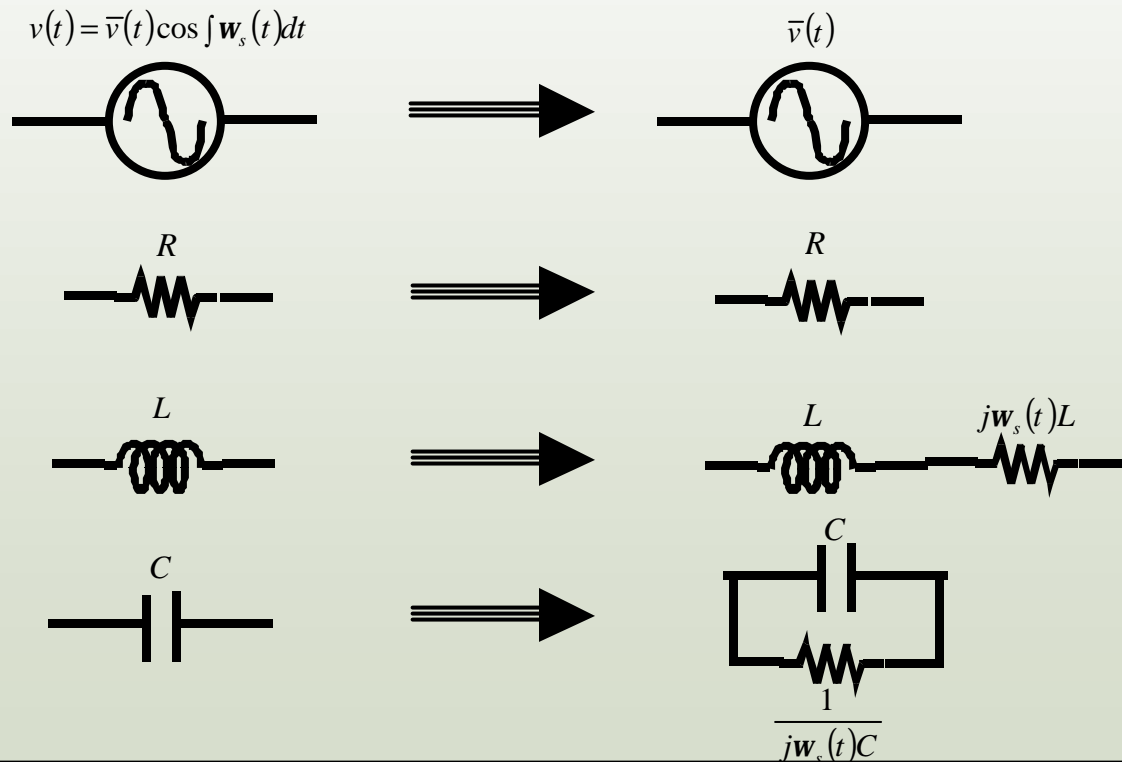
$$C \frac{d\bar{v}_C(t)}{dt} + j\omega_s(t)C\bar{v}_C(t) = \bar{i}_C(t) \quad \text{Relaciona amplitudes (envolventes)}$$

## En el caso de una fuente de tensión

$$v(t) = \text{Re} \left[ \bar{v}(t) e^{j \int \omega_s(t) dt} \right] \Longrightarrow v(t) = \bar{v}(t) \cos \left( \int \omega_s(t) dt \right)$$

Si quiero estudiar las funciones envolventes en lugar de los valores instantáneos utilizaré el circuito que me relaciona las variables  $\bar{x}(t)$

En gran señal, para obtener la simulación .tran de las envolventes



Los valores de los componentes equivalentes de inductancias y condensadores tienen parte real y parte imaginaria por lo que nos es posible realizar la simulación.

**Solución:** simular el circuito que obtiene cada componente ortogonal de las envolventes y posteriormente realizar la suma cuadrática.

$$\bar{x}(t) = x_1(t) + jx_2(t) \quad |\bar{x}(t)| = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)}$$

$$L \frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} + j\omega_s(t)L\bar{i}_L(t) = \bar{v}_L(t)$$

$$L \frac{d(i_{1L}(t) + ji_{2L}(t))}{dt} + j\omega_s(t)L(i_{1L}(t) + ji_{2L}(t)) = v_{1L}(t) + jv_{2L}(t)$$

$$L \frac{di_{1L}(t)}{dt} - \omega_s(t)Li_{2L}(t) = v_{1L}(t)$$

$$L \frac{di_{2L}(t)}{dt} + \omega_s(t)Li_{1L}(t) = v_{2L}(t)$$

$$C \frac{d\bar{v}_C(t)}{dt} + j\mathbf{w}_s(t)C\bar{v}_C(t) = \bar{i}_C(t)$$

$$C \frac{d(v_{1C}(t) + jv_{2C}(t))}{dt} + j\mathbf{w}_s(t)C(v_{1C}(t) + jv_{2C}(t)) = (i_{1C}(t) + ji_{2C}(t))$$

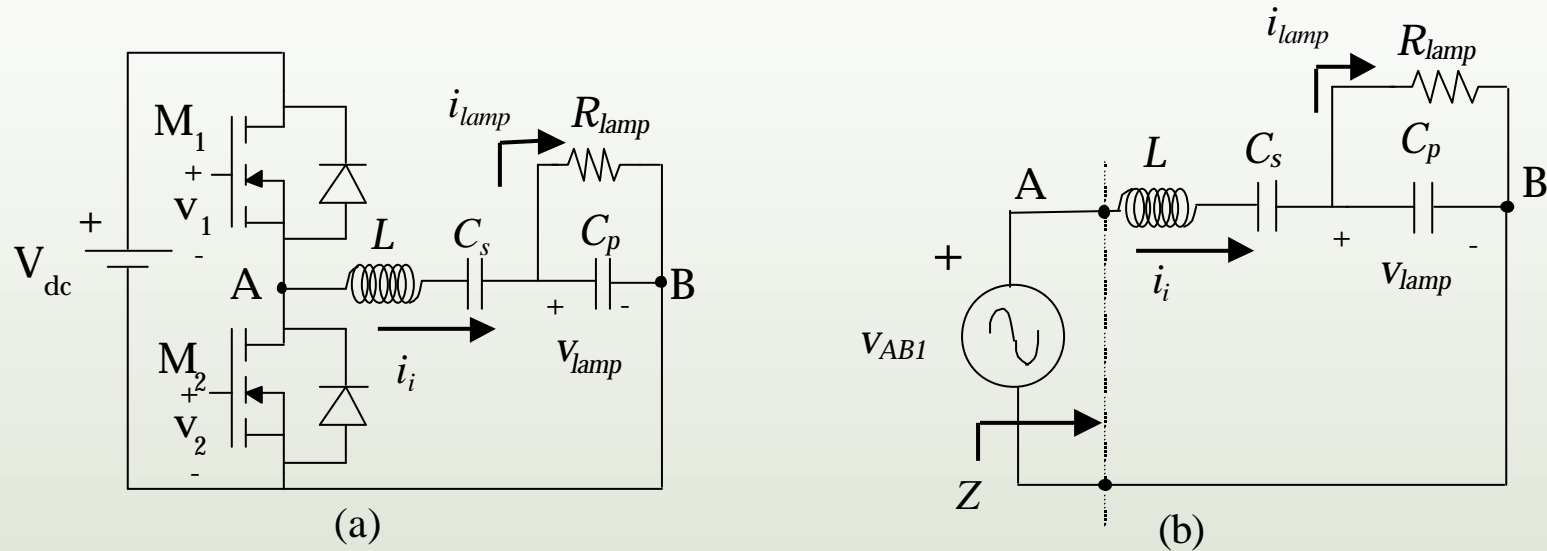
$$C \frac{dv_{1C}(t)}{dt} - \mathbf{w}_s(t)Cv_{2C}(t) = i_{1C}(t) \quad C \frac{dv_{2C}(t)}{dt} + \mathbf{w}_s(t)Cv_{1C}(t) = i_{2C}(t)$$

$$\bar{v}(t) = v_1(t) + jv_2(t)$$

$$v_{1R}(t) = Ri_{1R}(t) \quad v_{2R}(t) = Ri_{2R}(t)$$



## Ejemplo de inversor resonante LCpCs



$$v_{AB1} = v(t) = \bar{v}(t) \cos(\int \omega_s(t) dt)$$

**Si no existe AM ni FM**

$$v_{AB1} = \hat{V}_{AB1} \sin(\omega_s t)$$

**Si existe AM y no FM**

$$v_{AB1} = \left[ \hat{V}_{AB1} + A_{AM} \sin(2\pi f_{AM} t) \right] \sin(\omega_s t)$$

**$A_{AM}$  es la amplitud de la modulación de amplitud**

**$f_{AM}$  es la frecuencia de la modulación de amplitud**

**Si existe FM y no AM**

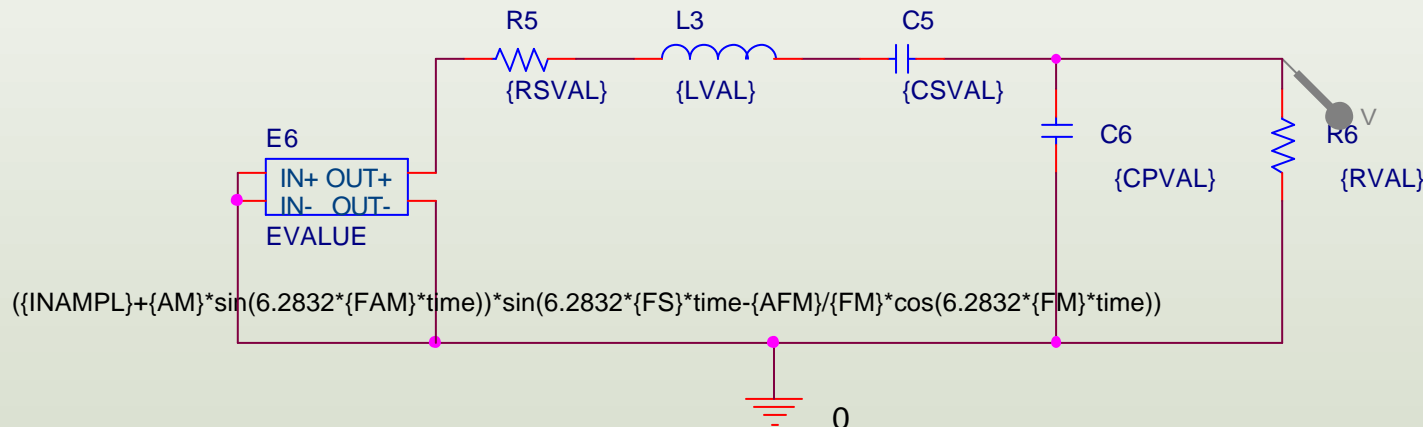
$$v_{AB1} = \hat{V}_{AB1} \sin\left(\int [\omega_s + 2\pi A_{FM} \sin(2\pi f_{FM} t)] dt\right)$$

**$A_{FM}$  es la amplitud de la modulación de amplitud**

**$f_{FM}$  es la frecuencia de la modulación de amplitud**

## Si existe AM y FM

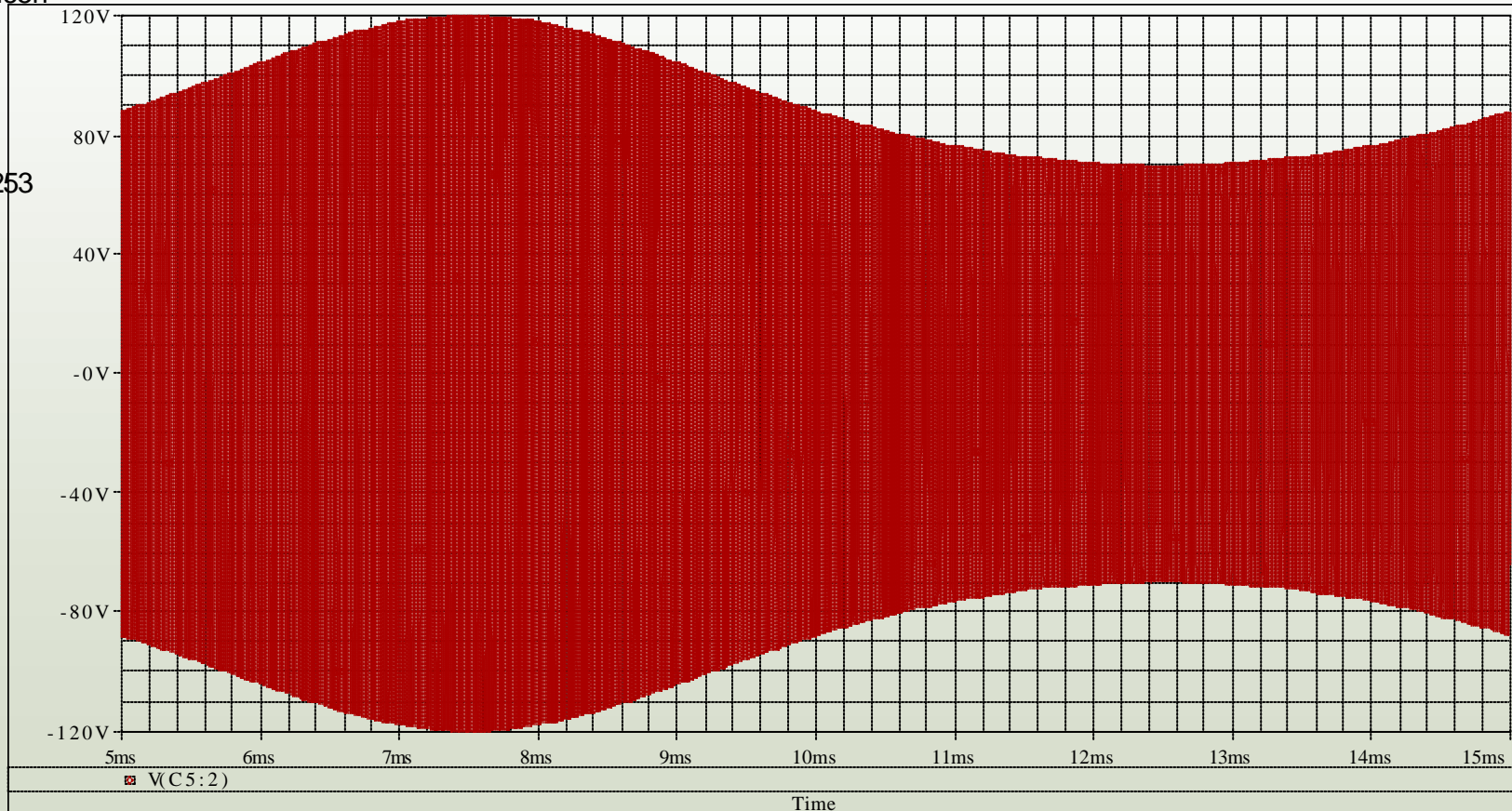
$$v_{AB1} = \left[ \hat{V}_{AB1} + A_{AM} \sin(2\pi f_{AM} t) \right] \sin \left( 2\pi f_s t + \frac{A_{FM}}{f_{FM}} \cos(2\pi f_{FM} t) \right)$$



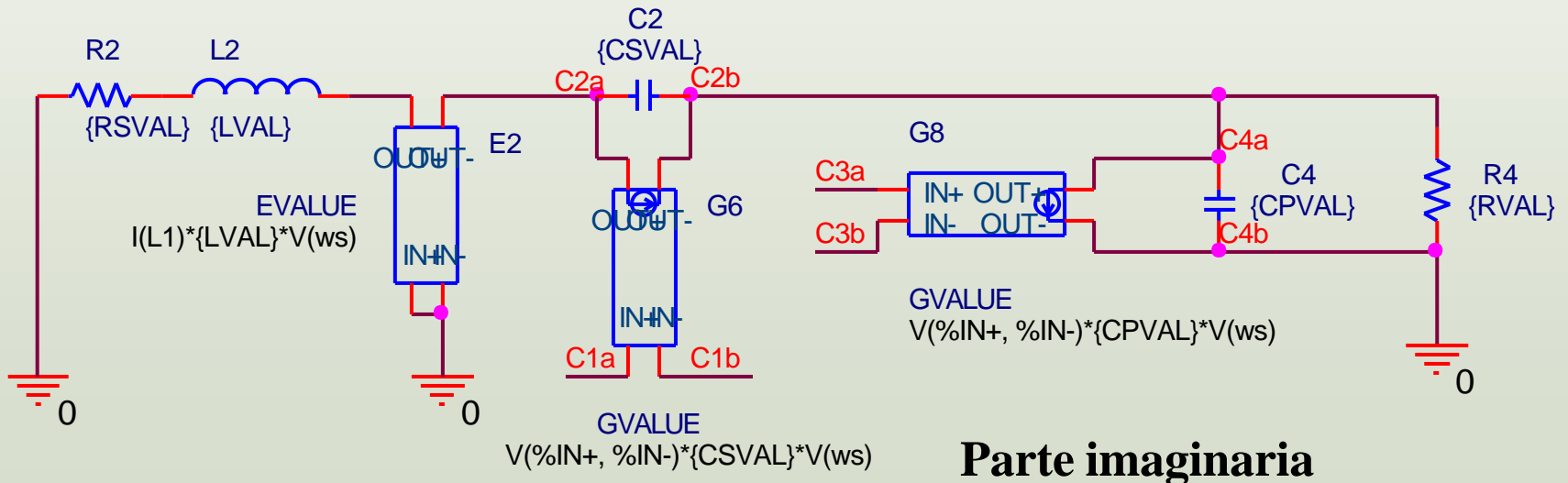
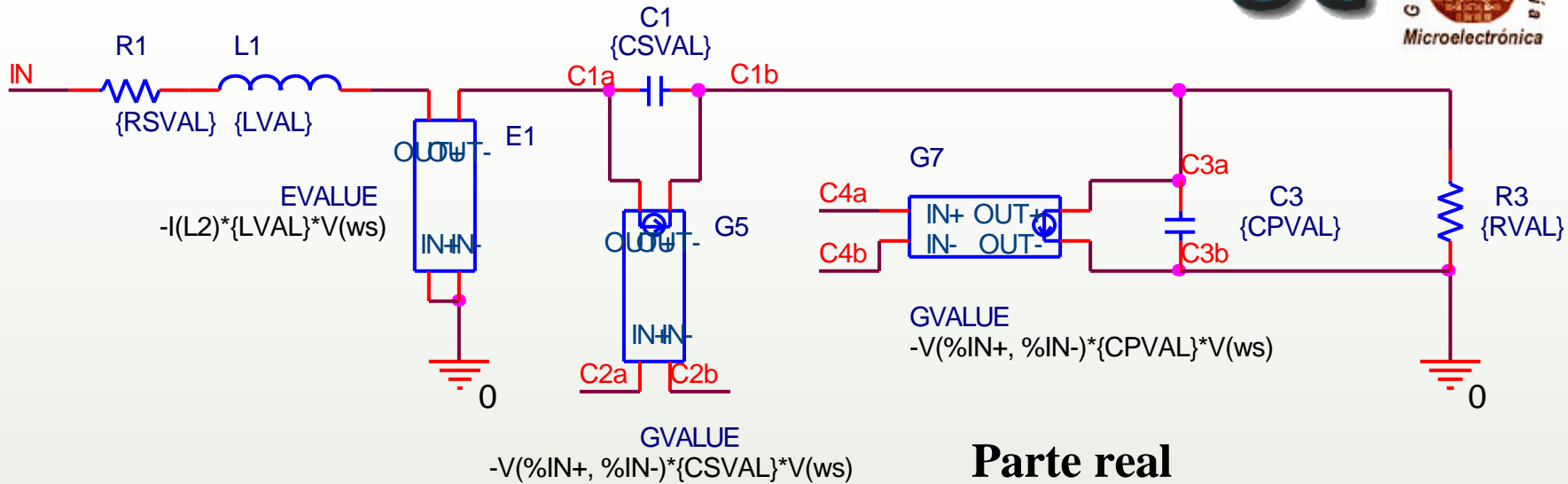
# Simulación de la aproximación fundamental (IV)

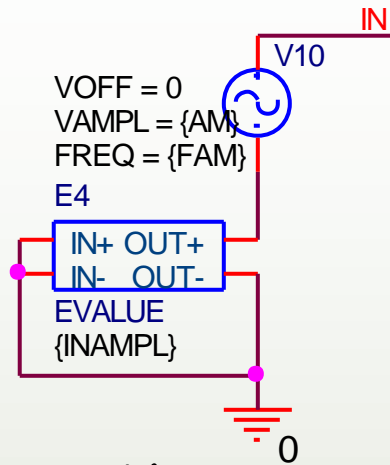
## PARAMETERS:

RVAL = 66  
LVAL = 330u  
CSVAL = 16.5n  
CPVAL = 1.65n  
FS = 125k  
FAM = 100  
AM = 0  
AFM = 20k  
FM = 100  
INAMPL = 253  
RSVAL = 2

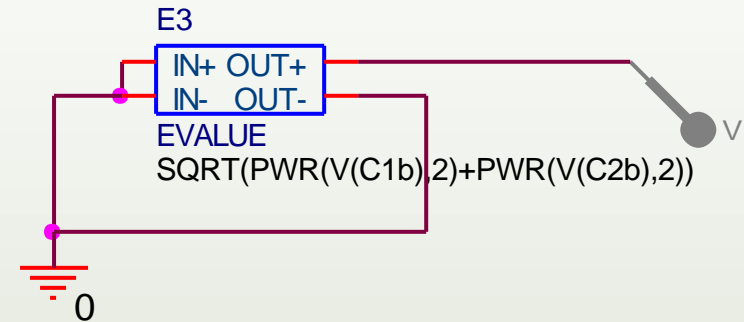


# Simulación de las envolventes (I)

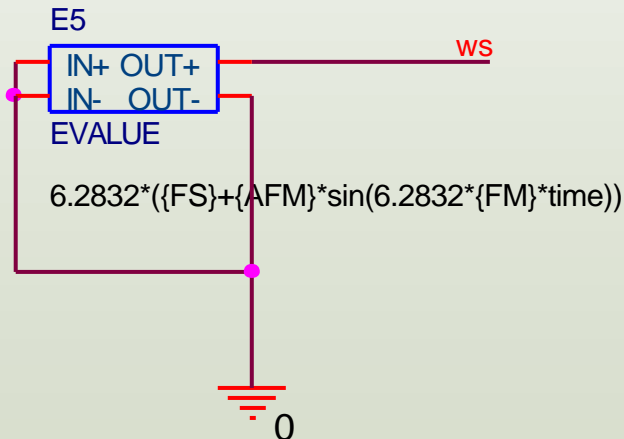




## Alimentación y modulación de amplitud



## Obtención de la tensión de salida

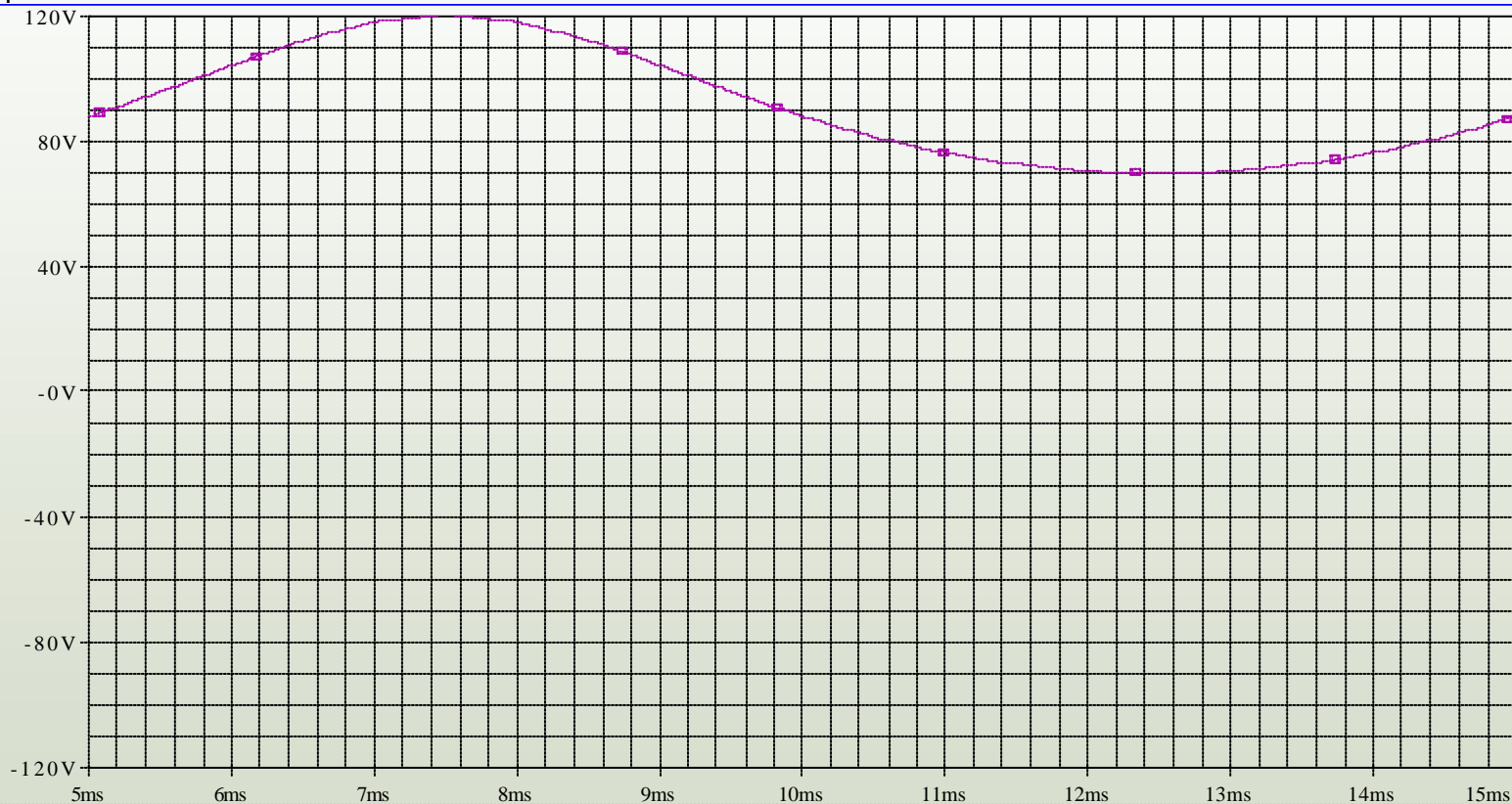


## Frecuencia de conmutación y modulación de frecuencia

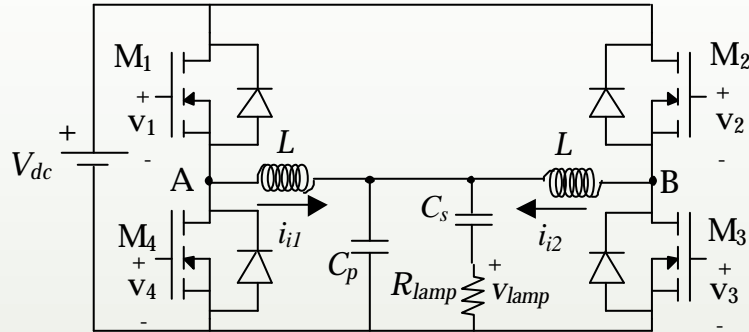
# Simulación de las envolventes (III)

## PARAMETERS:

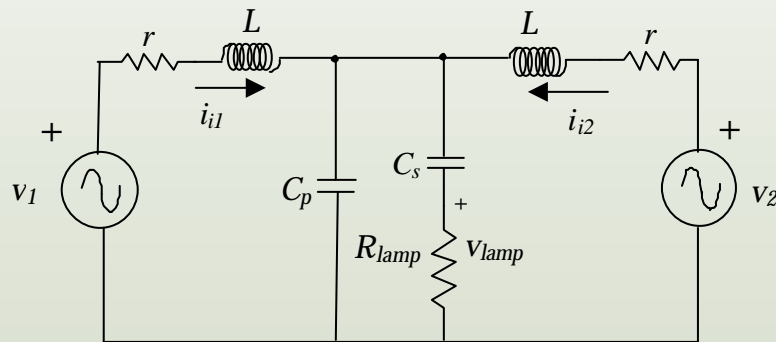
RVAL = 66  
LVAL = 330u  
CSVAL = 16.5n  
CPVAL = 1.65n  
FS = 125k  
FAM = 100  
AM = 0  
AFM = 20k  
FM = 100  
INAMPL = 253  
RSVAL = 2



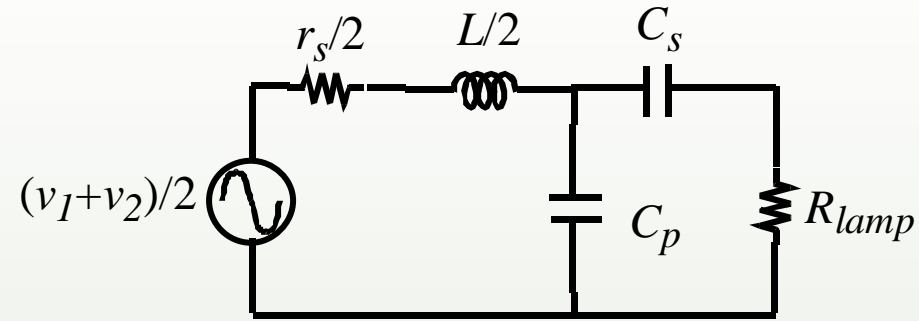
## Aproximación fundamental



(a)



(b)



$$v_{1,2}(t) = \frac{2V_{dc}}{p} \cdot \sin\left(\omega_s t \pm \frac{\Psi}{2}\right)$$

$$\bar{v}_{1,2} = \frac{2V_{dc}}{p} \cdot e^{\pm j(\Psi/2)}$$

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{2V_{dc}}{p} \cdot \sin(\omega_s t) \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)$$



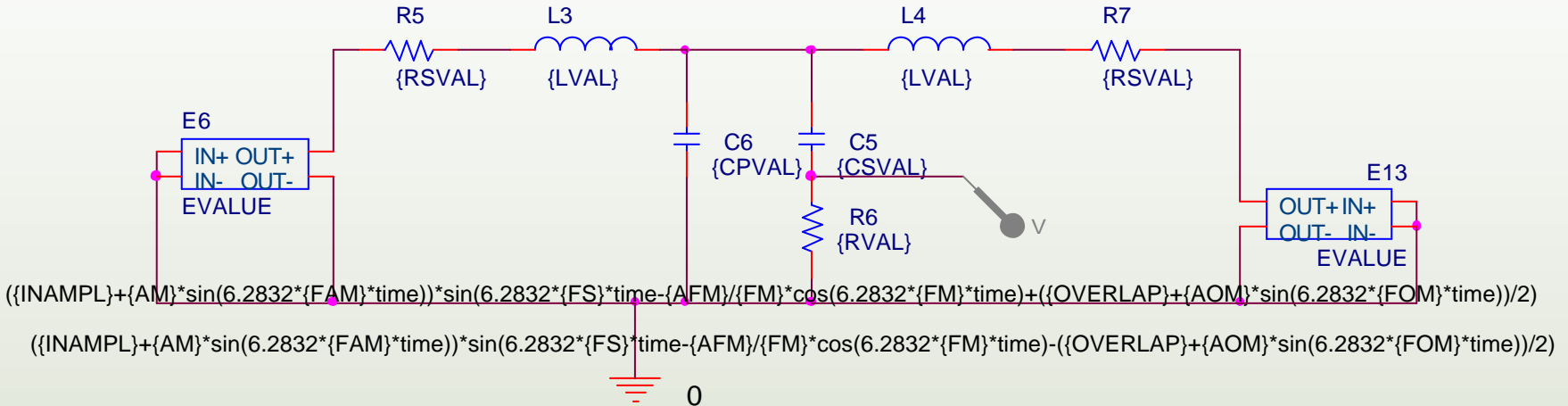
## Aproximación fundamental

$$v_1 = \left[ \hat{V}_{AB1} + A_{AM} \sin(2pf_{AM}t) \right] \sin \left( 2pf_s t + \frac{A_{FM}}{f_{FM}} \cos(2pf_{FM}t) + \frac{y + A_{OM} \sin(2pf_{OM}t)}{2} \right)$$

$$v_2 = \left[ \hat{V}_{AB1} + A_{AM} \sin(2pf_{AM}t) \right] \sin \left( 2pf_s t + \frac{A_{FM}}{f_{FM}} \cos(2pf_{FM}t) - \frac{y + A_{OM} \sin(2pf_{OM}t)}{2} \right)$$

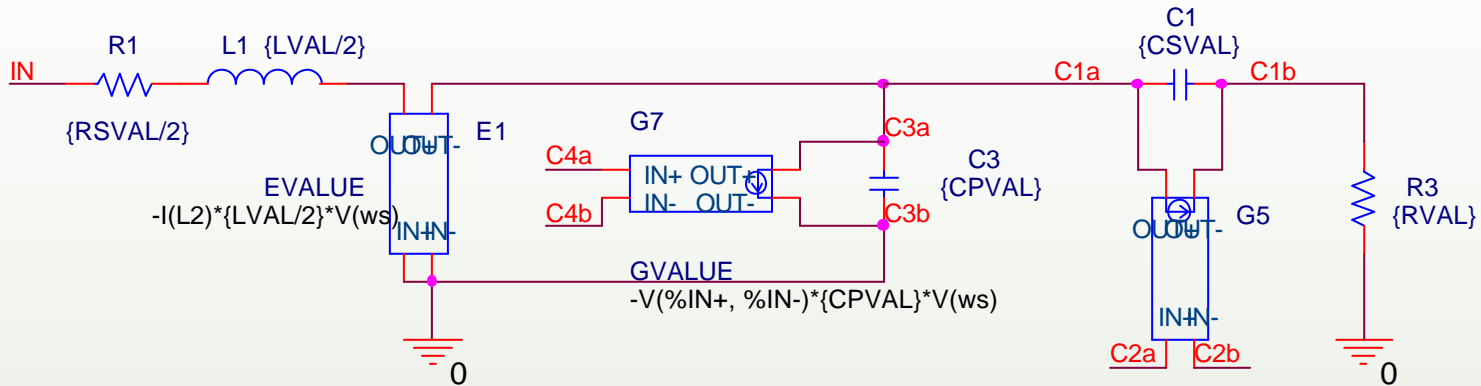
Siendo  $y$  el ángulo de solape del punto de trabajo,  $A_{OM}$  la amplitud de la modulación del solape (ambos en radianes) y  $f_{OM}$  la frecuencia de la modulación del solape.

## Simulación de la aproximación fundamental.

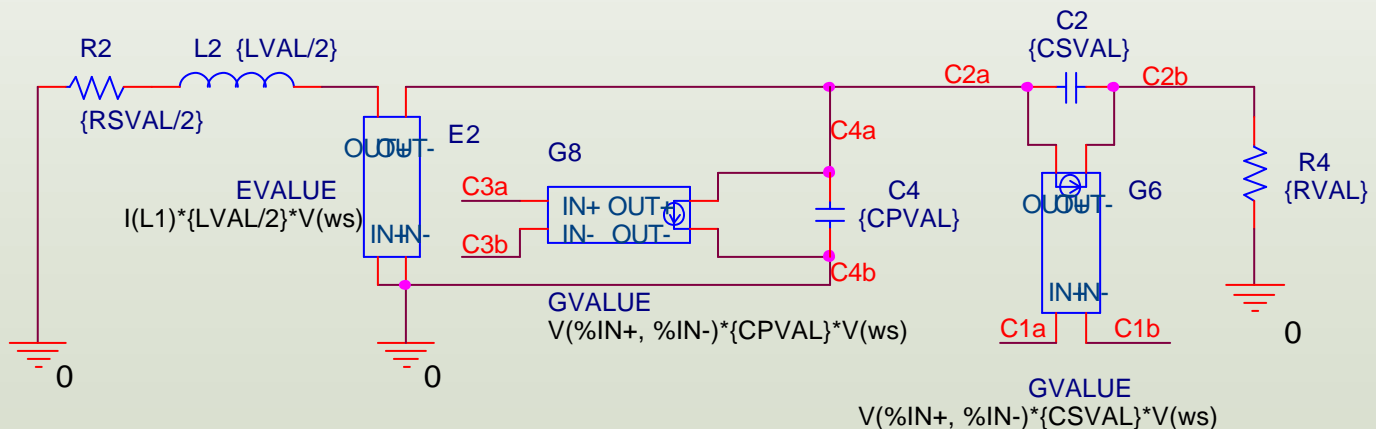


# Caso del doble LCC (IV)

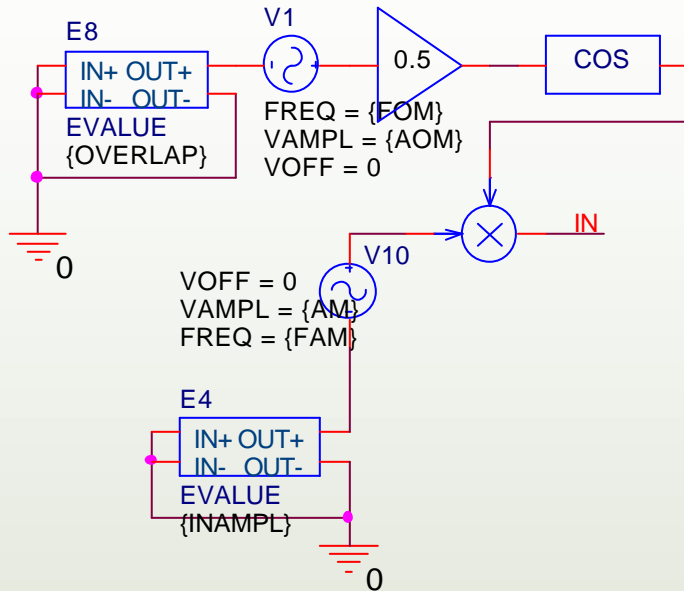
## Simulación de las envolventes, caso 1.



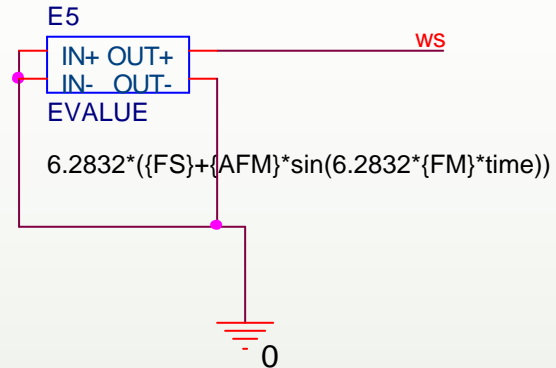
**Parte real**



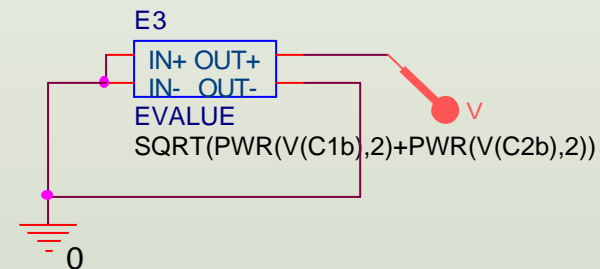
**Parte imaginaria**



**Alimentación, modulación de amplitud, solape y modulación de solape**



**Frecuencia de conmutación y modulación de frecuencia**



**Obtención de la tensión de salida**

# Caso del doble LCC (VI)

## PARAMETERS:

RVAL = 67

LVAL = 293u

CSVAL = 470n

CPVAL = 4.7n

FS = 100k

FAM = 100

AM = 0

AFM = 0

FM = 100

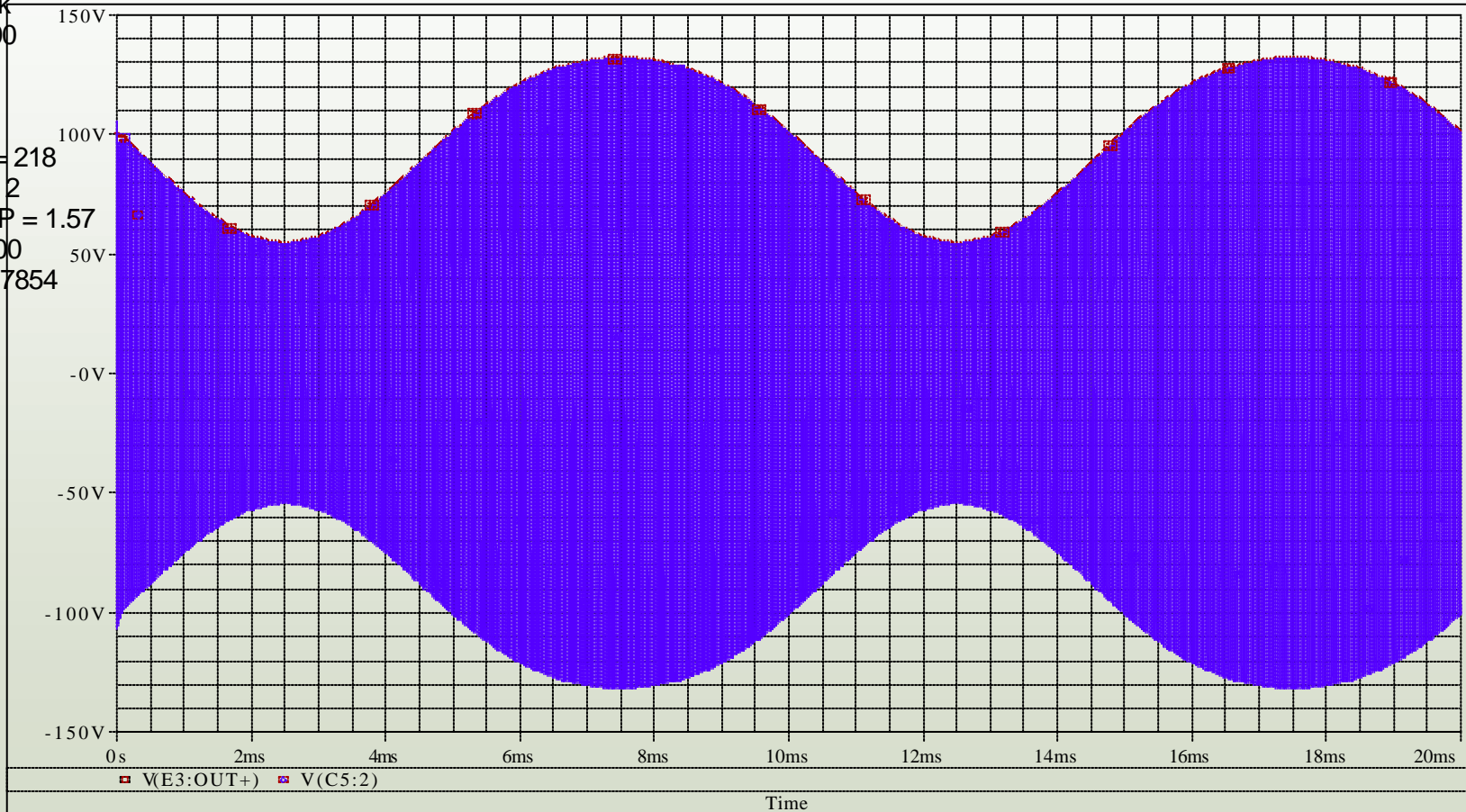
INAMPL = 218

RSVAL = 2

OVERLAP = 1.57

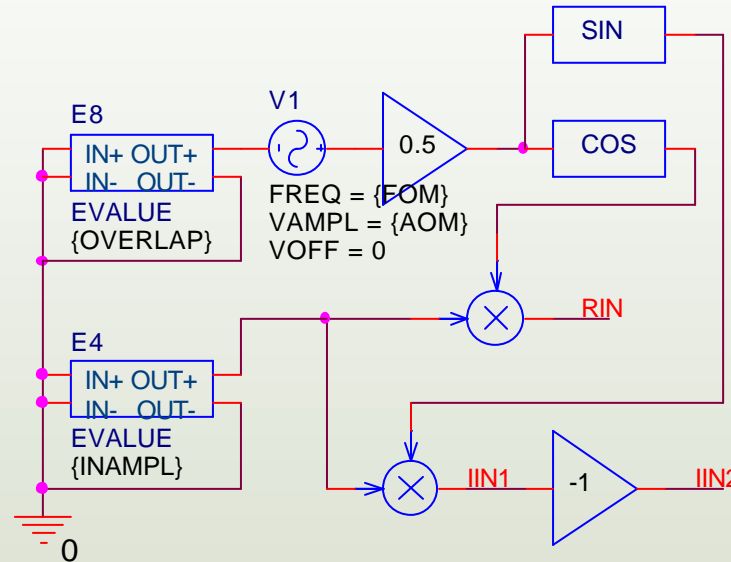
FOM = 100

AOM = 0.7854



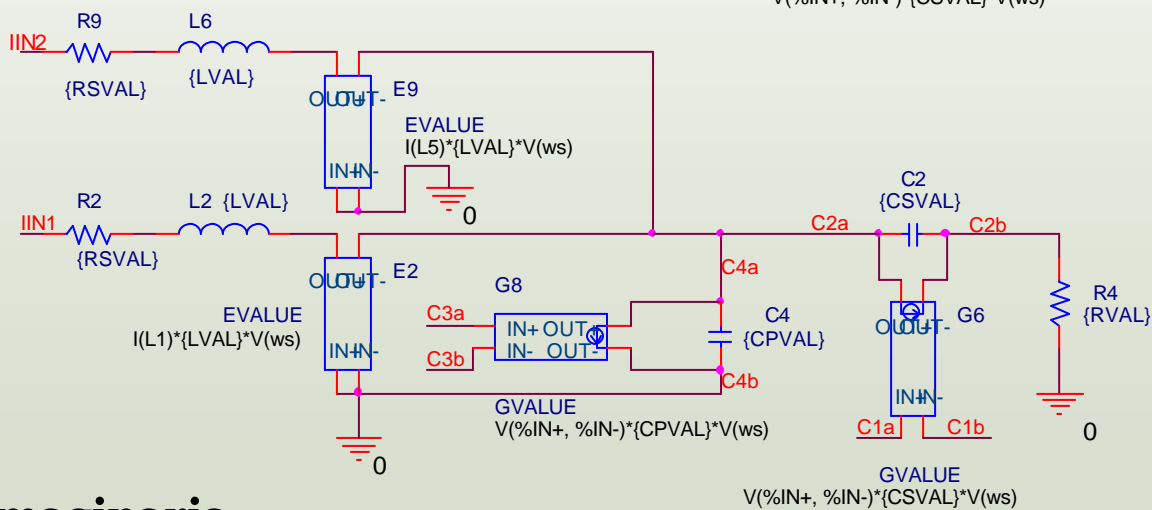
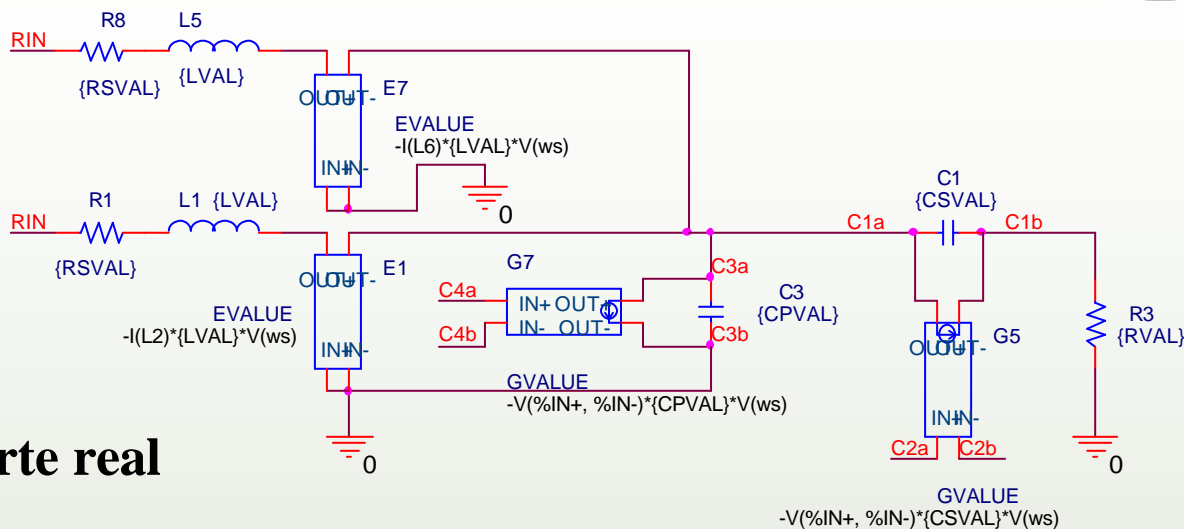
## Simulación de las envolventes, caso 2 generalizable para n fases.

$$\bar{v}_{1,2} = \frac{2V_{dc}}{p} \cdot e^{\pm j(\Psi/2)} \quad \bar{v}_{1,2} = \text{Re}[\bar{v}_{12}] \pm j \text{Im}[\bar{v}_{12}]$$



**Alimentación, modulación de amplitud, solape y modulación de solape para la parte real e imaginaria**

# Caso del doble LCC (VIII)



$$\bar{x} = \bar{X} + \hat{x}$$

$$\bar{V}_L + \hat{v}_L = L \frac{d(\bar{I}_L + \hat{i}_L)}{dt} + j(\Omega_s + \hat{\omega}_s)L(\bar{I}_L + \hat{i}_L)$$

$$\hat{v}_L = L \frac{d\hat{i}_L}{dt} + jL\hat{\omega}_s\bar{I}_L + jL\Omega_s\hat{i}_L$$

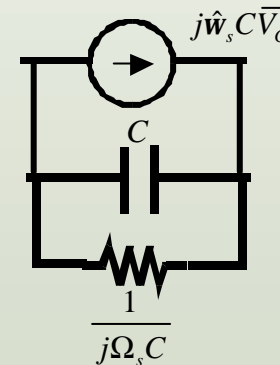
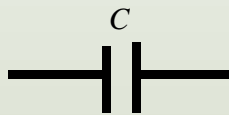
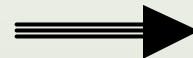
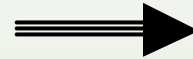
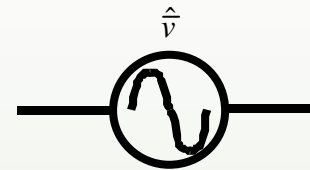
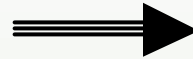
$$\bar{I}_C + \hat{i}_C = C \frac{d(\bar{V}_C + \hat{v}_C)}{dt} + j(\Omega_s + \hat{\omega}_s)C(\bar{V}_C + \hat{v}_C)$$

$$\hat{i}_C = C \frac{d\hat{v}_C}{dt} + jC\hat{\omega}_s\bar{V}_C + jC\Omega_s\hat{v}_C$$



Si quiero estudiar las funciones de transferencia

$$v(t) = \bar{v}(t) \cos \int \omega_s(t) dt$$

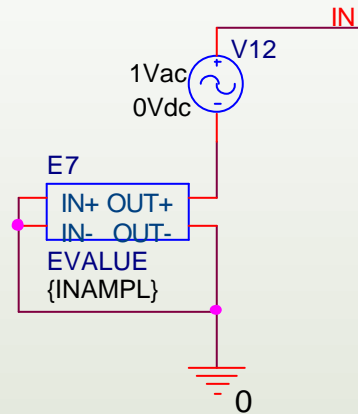


Para obtener el valor de las variables en ac partimos de las componentes ortogonales de las variables en ac

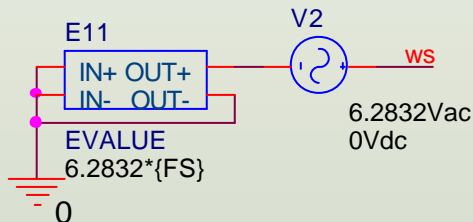
$$|\bar{x}(t)| = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)} = x_{en}(t)$$

$$\hat{x}_{en} = \frac{X_1 \hat{x}_1 + X_2 \hat{x}_2}{\sqrt{X_1^2(t) + X_2^2(t)}} = \frac{X_1 \hat{x}_1 + X_2 \hat{x}_2}{X}$$

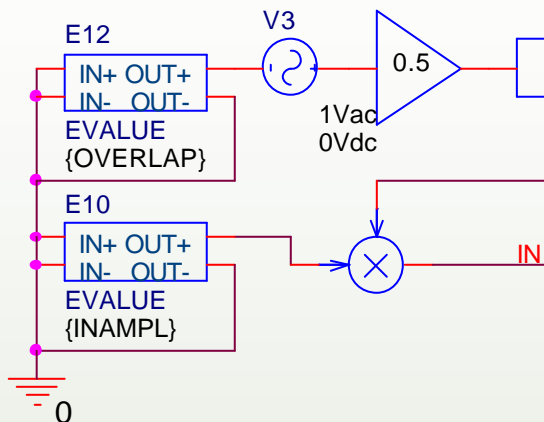
**Pero no tengo que modificar el circuito PSPICE, sino que utilizando el mismo modelo de envoltentes fijaré un punto de funcionamiento añadiendo fuentes  $v_{ac}$  y realizando una simulación .ac**



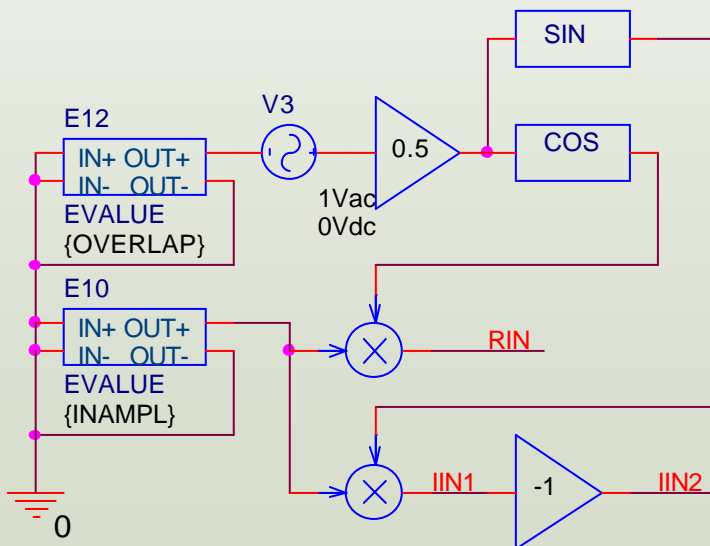
**Para obtener la simulación .ac con modulación de amplitud**



**Para obtener la simulación .ac con modulación de frecuencia**



**Para obtener la simulación .ac con modulación del solape en el doble LCC. Caso 1, utilizando el circuito monofásico equivalente**



**Para obtener la simulación .ac con modulación del solape en el doble LCC. Caso2, Sin utilizar el circuito monofásico equivalente.**

**Paso 1. Realizar la simulación con el modelo de envolventes sin aplicar modulación para obtener los valores de las  $X_1$ ,  $X_2$  y  $X$  de interés.**

**Paso 2. Realizar la simulación .ac de la que se obtienen valores  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$**

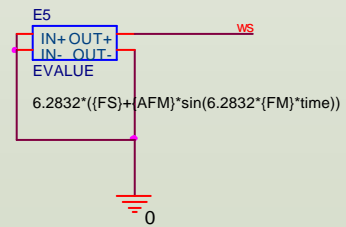
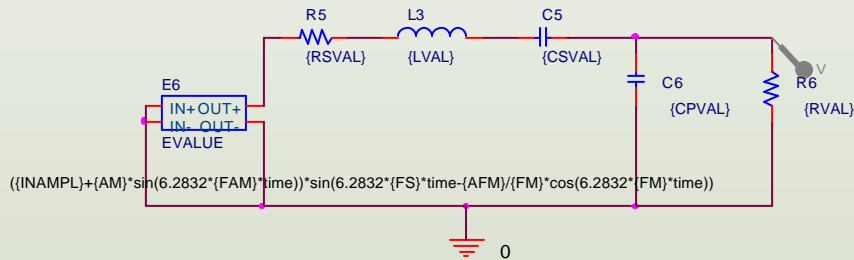
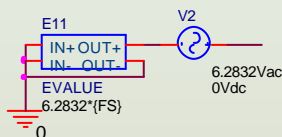
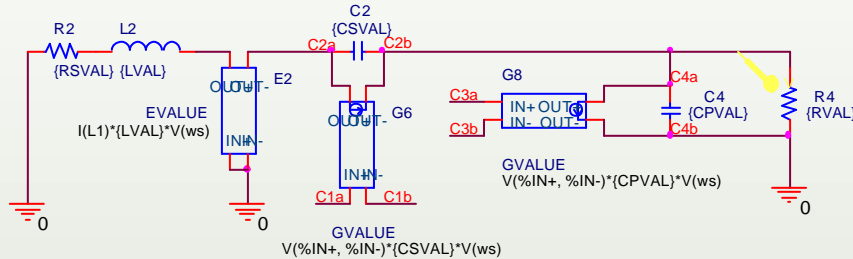
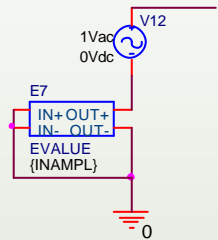
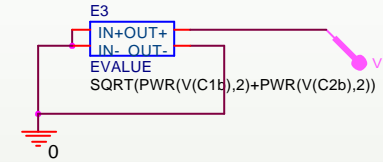
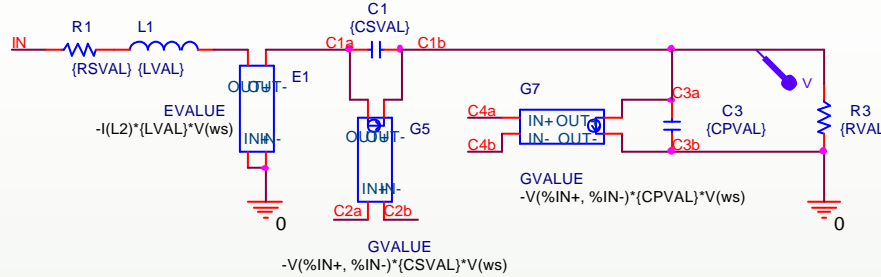
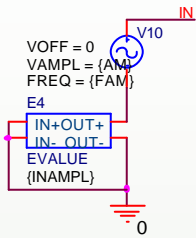
**Paso 3. Realizar en la gráfica de resultados la operación**

$$\hat{x}_{en} = \frac{X_1 \hat{x}_1 + X_2 \hat{x}_2}{\sqrt{X_1^2(t) + X_2^2(t)}} = \frac{X_1 \hat{x}_1 + X_2 \hat{x}_2}{X}$$

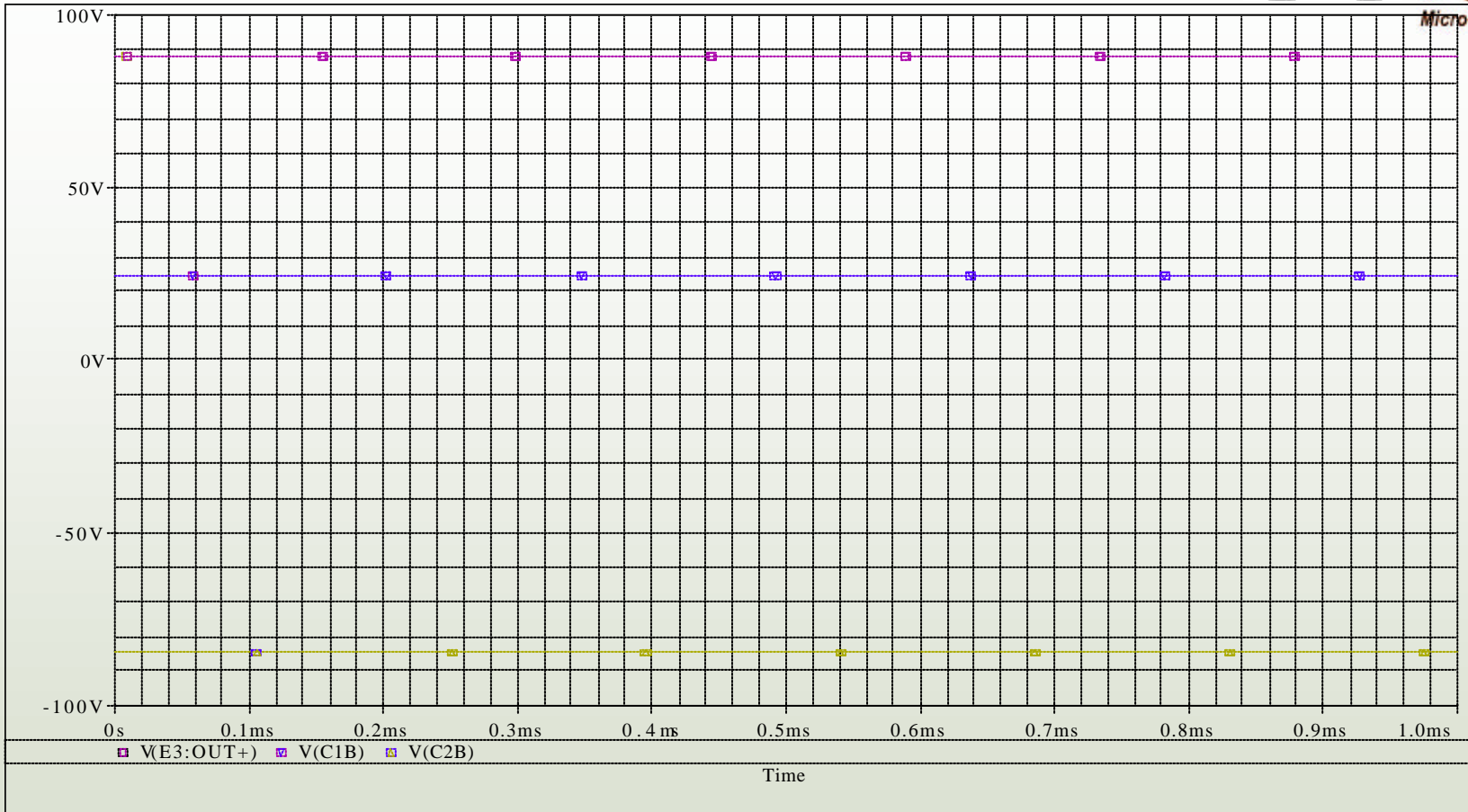
# Pequeña señal (VII)



PARAMETERS  
 RVAL = 66  
 LVAL = 330u  
 CSVAL = 16.5n  
 CPVAL = 1.65n  
 FS = 125k  
 FAM = 100  
 AM = 0  
 AFM = 0  
 FM = 100  
 INAMPL = 253  
 RSVAL = 2



Title		
<Title>		
Size A	Document Number <Doc>	Rev <RevCode>
Date: Friday, January 21, 2005	Sheet 1 of 1	



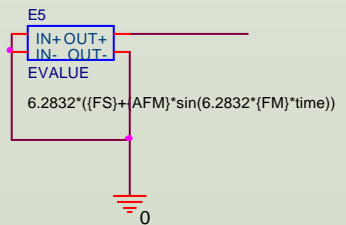
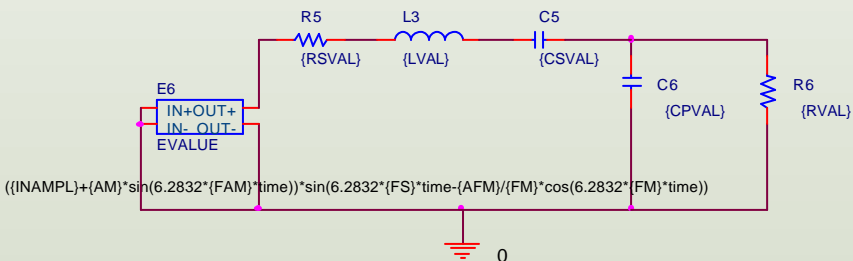
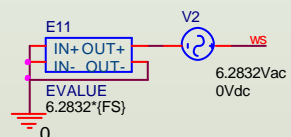
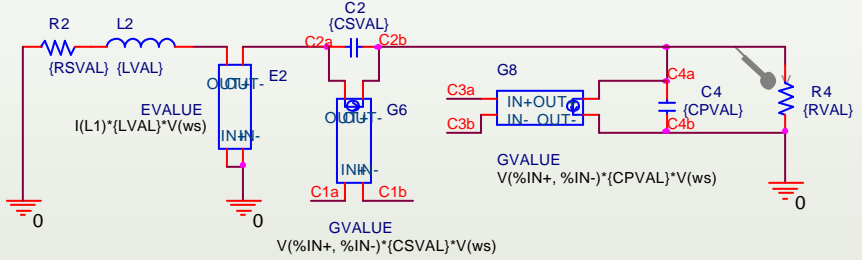
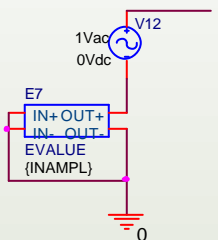
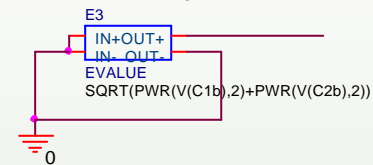
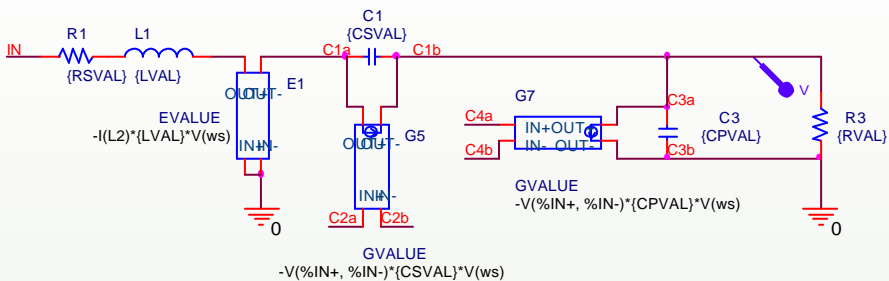
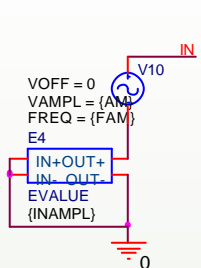
**Valor de la amplitud de la tensión de salida**

$$V_{\text{lamp}} = 88,078\text{V}, V_{\text{lamp1}} = 24,36\text{V}, V_{\text{lamp2}} = -84,643\text{V}$$

# Pequeña señal (IX)

PARAMETERS:  
 RVAL = 66  
 LVAL = 330u  
 CSVAL = 16.5n  
 CPVAL = 1.65n  
 FS = 125k  
 FAM = 100  
 AM = 0  
 AFM = 0  
 FM = 100  
 INAMPL = 253  
 RSVAL = 2

$$\frac{\hat{v}_{lamp}}{\hat{f}_s}$$

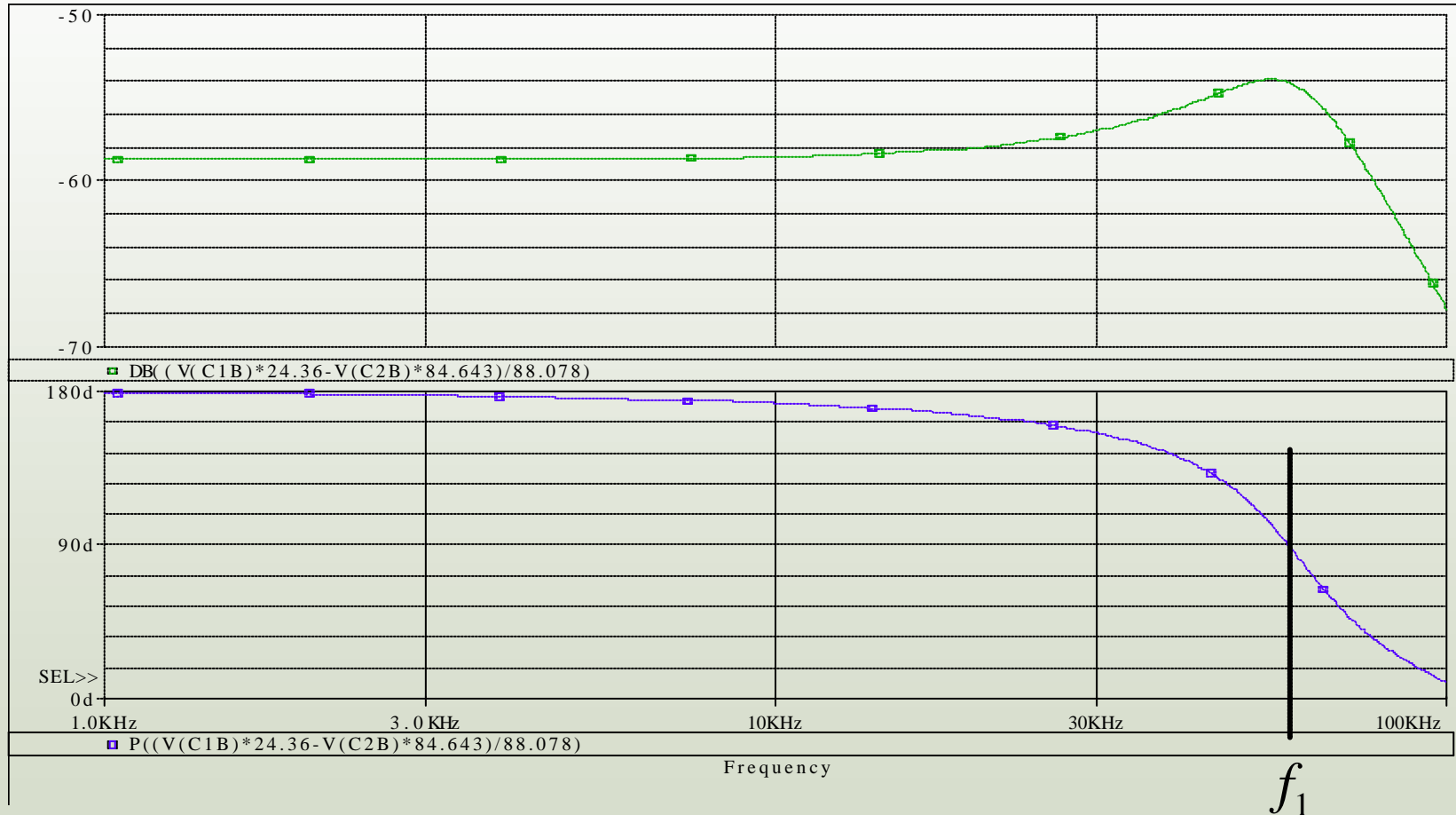


Title		
<Title>		
Size	Document Number	Rev
A	<Doc>	<RevCode>
Date:	Friday, January 21, 2005	Sheet 1 of 1



## Diagrama de bode

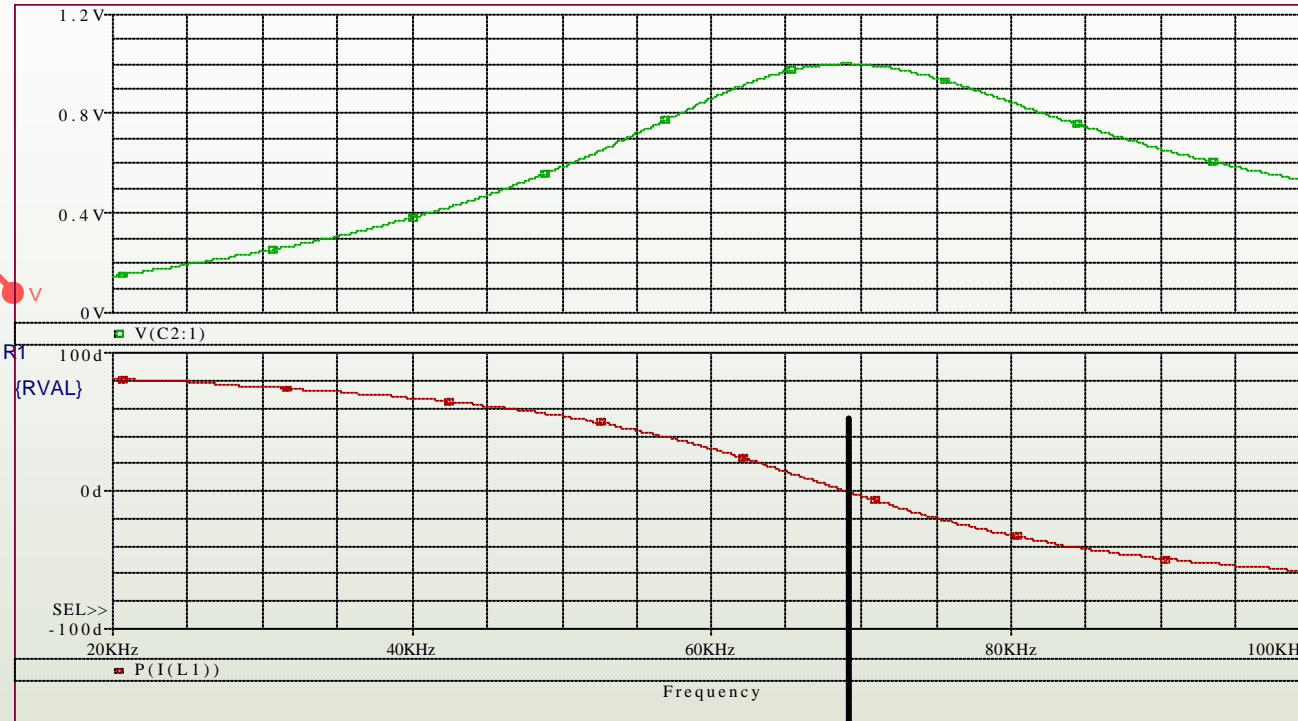
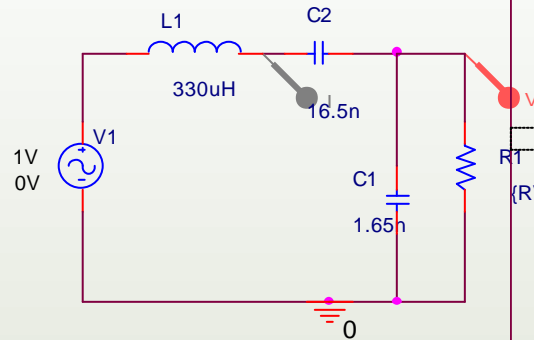
$$\frac{\hat{v}_{lamp}}{\hat{f}_s}$$



## Obtención de $f_1$

PARAMETERS:

RVAL = 66



$$f_1 \approx |f_s - f_r|$$

**Incluso modelando la lámpara como  $R_{lamp} f_1$  cambia mucho con el envejecimiento**

- [1] Yan Yin, Regan Zane, John Glaser and Robert Erickson. Small Signal Analysis of Frequency-Controlled Electronic Ballast. IEEE Trans. on Circuit and Systems – I: Fundamental Theory and Applications. Vol. 50, No.8 August 2003. pp.1103-1110.
- [2] Yan Yin, Regan Zane, John Glaser and Robert Erickson. Direct Modeling of Envelope Dynamics in Resonant Converters. Proc. of the IEEE PESC pp1313-1318.